

MATEMATYKA NIE JEST TRUDNA



Materiał dydaktyczny dla obszaru nauczania MATEMATYKI
opracowany w ramach projektu „Szkoła Ćwiczeń w gminie Rawicz”

Matematyka w klasach I-III szkoły podstawowej

Róża Gabryelczyk, Romana Urbaniak



Rzeczpospolita
Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny



Autorki:

Róża Gabryelczyk

Romana Urbaniak

Wydawca:

Euro Innowacje sp. z o.o.

Publikacja została opracowana w ramach projektu pt. „Szkoła Ćwiczeń w Gminie Rawicz”, realizowanego w partnerstwie przez Gminę Rawicz (Beneficjent projektu) oraz Euro Innowacje sp. z o.o. (Partner projektu).

Projekt jest finansowany ze środków budżetu państwa oraz Unii Europejskiej, w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój (PO WER), II Osi Priorytetowej „*Efektywne polityki publiczne dla rynku pracy, gospodarki i edukacji*”, Działania 2.10 „*Wysokiej jakości system oświaty*”.

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons – Użycie uznanie autorstwa 3.0 Polska (CC BY 3.0 PL).

SPIS TREŚCI

WSTĘP	4
CEL PUBLIKACJI	6
1. MATEMATYKA W EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ	7
1.1 <i>Matematyka – wprowadzenie.....</i>	<i>7</i>
1.2 <i>Rozwój dziecka w młodszym wieku szkolnym.....</i>	<i>12</i>
1.3 <i>Rozwijanie myślenia matematycznego u dzieci w klasach 1-3.....</i>	<i>17</i>
1.4 <i>Zakres treści programowych z edukacji matematycznej w klasach 1-3.....</i>	<i>23</i>
2. INNOWACYJNE ROZWIĄZANIA W NAUCZANIU MATEMATYKI W PRACY Z ZESPOŁEM KLASOWYM W EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ	31
2.1 <i>Pierwsze spotkania z matematyką w edukacji wczesnoszkolnej.....</i>	<i>31</i>
2.2 <i>Matematyczne spotkania w starszych klasach edukacji wczesnoszkolnej</i>	<i>39</i>
3. WPŁYW INNOWACYJNYCH DZIAŁAŃ NAUCZYCIELI EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ NA PROCES DYDAKTYCZNY	54
3.1 <i>Zabawy i gry dydaktyczne w edukacji matematycznej.....</i>	<i>54</i>
3.2 <i>Efekty innowacyjnych rozwiązań na lekcjach matematyki w edukacji wczesnoszkolnej.....</i>	<i>59</i>
3.3 <i>Wskazówki dla nauczyciela do dalszej pracy na lekcjach matematyki w edukacji wczesnoszkolnej.....</i>	<i>66</i>
PODSUMOWANIE	67
BIBLIOGRAFIA Z UWZGLĘDNIENIEM NETOGRAFII.....	68
WYKAZ ILUSTRACJI.....	70
WYKAZ PREZENTACJI.....	70



WSTĘP

„Matematyka nie jest ani trudna, ani nudna.

Zwłaszcza, jeśli zaprzyjaźnimy się z nią od dziecka”

(Arystoteles)

Matematyka nie jest trudna, ale wymaga od nas pogłębiania wiedzy i systematycznej pracy. Ukształtowała w jakimś sensie nasz świat. Towarzyszy nam na co dzień. Ta dziedzina nauki pojawia się na każdym kroku w naszym życiu. Często nie zdajemy sobie z tego faktu sprawy. Świat nauki jest niezwykle zaskakujący i fascynujący. Język matematyki jest językiem bardzo powszechnym i obowiązuje na całym świecie, dla wszystkich jest taki sam. Thomas Canavan porównał skomplikowane obliczenia do książki, a łatwiejsze działania do słów. Pisze, że na świecie znajduje się ok. 6500 różnych języków, ale prawie każdy z nas potrafi przeczytać znaki: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Znaczenie tego przedmiotu współcześnie wciąż rośnie. Matematyka ma wpływ na wszystkie dziedziny naszego życia. Ciągłe ulega przemianom i jest stosowana w różnych aspektach naszego życia. Musimy pamiętać, że matematyka to nauka, w której należy powtarzać wiadomości i je utrzymywać. Uczy nas przede wszystkim myśleć. Dzieci już od najmłodszych lat wykazują umiejętności matematyczne. Już przed pójściem do szkoły dużo potrafią z tego przedmiotu. Uczą się matematyki zarówno w domu, jak i na spacerze, na zakupach, podczas zabawy. Matematyka to głównie zadania, które mogą mieć różną formę (łamigłówki, gry czy też zabawy). Głównym celem jest zaciekawienie dziecka, danie mu przyjemności z odkrywania tego przedmiotu. Właściwie pokierowana praca z dzieckiem ułatwi nam rozwijanie umiejętności matematycznych. Matematyka zawiera takie kompetencje kluczowe jak kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne. Na bieżąco są one rozwijane i kształtowane na zajęciach. Stanowią one kierunek pracy szkoły.



W pierwszym rozdziale publikacji zamieszczono treści teoretyczne dotyczące matematyki jako nauki. Opisano rozwój dziecka w wieku wczesnoszkolnym. Zwrócono uwagę na rozwój i różne aspekty myślenia matematycznego dzieci. Na końcu rozdziału podsumowano zakres materiału, który uczeń musi opanować w klasach 1-3 i jaki powinien uzyskać efekt końcowy swojej pracy.

Drugi rozdział jest poświęcony na część praktyczną pracy na lekcjach matematyki. Zostały przygotowane propozycje gier i zabaw dydaktycznych, różnych ciekawych form, które można wykorzystać na lekcjach. W rozdziale zostały zaprezentowane przykładowe zadania pracy z uczniami klasy pierwszej oraz z uczniami klasy trzeciej.

Trzeci rozdział to część stanowiąca podsumowanie niniejszej publikacji. Wskazuje zarówno w ujęciu teoretycznym, jak i praktycznym, znaczenie gier i zabaw dydaktycznych w pracy z uczniami. Zawarte są również wskazówki dla młodego nauczyciela, który rozpoczyna swoją przygodę ze szkołą.

Matematyka nie musi być trudna. Może dawać człowiekowi wiele satysfakcji i radości. Dzięki niej możemy lepiej rozumieć otaczający nas świat i ułatwia nam w nim funkcjonowanie.



CEL PUBLIKACJI

Celem niniejszej publikacji jest próba zwrócenia uwagi na edukację wczesnoszkolną, będącą pierwszym etapem edukacji szkolnej jako fundamentu do dalszego kształcenia oraz poszerzania wiadomości i umiejętności.

Realizowanie edukacji wczesnoszkolnej w formie kształcenia zintegrowanego, odbywa się poprzez stymulowanie rozwoju wielokierunkowej aktywności uczniów w młodszym wieku szkolnym. Połączenie poszczególnych edukacji w spójną całość, odpowiedni dobór treści, wykorzystanie różnorodnych form i metod pracy z uczniami, to droga do osiągnięcia celu, jakim jest rozwijanie u uczniów kompetencji kluczowych. Podsumowaniem działań nauczycieli praktyków z wykorzystaniem innowacyjnych form i metod pracy z uczniami, będą wyciągnięte wnioski z efektów powyższych oddziaływań.

Niniejsza praca jest skierowana do studentów kierunków pedagogicznych oraz młodych nauczycieli, którzy rozpoczynają swoją przygodę z uczniami edukacji wczesnoszkolnej. Wskazuje przede wszystkim, jaką drogę w edukacji matematycznej obrać, aby uczniowie klas młodszych uznali, że matematyka nie jest trudna i nudna, lecz ciekawa oraz dająca możliwość rozwijania logicznego myślenia, wykorzystania wiedzy w praktyce i uczenia się przez zabawę.



1. MATEMATYKA W EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ

1.1 Matematyka – wprowadzenie.

Matematyka nosi miano królowej nauk i według Arystotelesa „jest miarą wszystkiego”. Termin „matematyka” pochodzi z języka greckiego, wywodzi się od *mathema*, oznaczającego naukę, wiedzę, poznanie i jest związany z *mathesis*, mającym swoje źródło w „uczeniu się przez rozmyślanie”. Nazwa matematyka jest uniwersalna. Po angielsku *maths*, po czesku *matematykam* po szwedzku *matematyk*, itd. ¹.

Matematyka dawniej była traktowana jako nauka o figurach geometrycznych i liczbach. W encyklopediach traktowana jest jako nauka o wielkościach, stosunkach przestrzennych i formach przestrzennych. Do matematyki dodano również wszystko to, co wiąże się z pojęciem granica. Obecnie te definicje nie są zbyt aktualne. Niestety na tą chwilę nie powstała taka, która zadowoliliby wszystkich. Chyba najlepiej określić ją jako najogólniejszą naukę dedukcyjną. Współczesne poglądy na istotę matematyki są pochodnymi długiej historycznej dyskusji, która tylko ewoluuje na przestrzeni wieków.

Jest dziedziną, która jest bardzo często wykorzystywana w życiu codziennym człowieka. Jej znaczenie w naszym życiu wciąż rośnie. Uczymy się jej napotykając trudności, poszukujemy rozwiązań i podejmujemy wysiłek.

Liczenie musiało być jedną z pierwszych umiejętności, jaką opanowali nasi przodkowie. Umiejętność liczenia zwierząt w stadzie czy liczby księżyców do końca lata miała ogromne znaczenie dla przetrwania ludzkości. Liczenie jest podstawą umiejętności matematycznych. Jeśli nasi przodkowie potrafili liczyć, prawdopodobnie potrafili również mnożyć, używać ułamków, rozumieć kształty geometryczne oraz sporządzać dokładne szacunki².

1 M. Skura, M. Lisicki, *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamania, Warszawa 2018, s. 9.

2 C. Thomas, *Matematyka jest super! 101 faktów, o których trzeba wiedzieć*, JEDNOŚĆ, Kielce 2018, s. 6.



Ludzie w pewnym momencie potrzebowali bardziej zaawansowanych obliczeń i zaczęli używać większych liczb. Pojawił się tzw. handel wymienny, w którym pojawiło się pojęcie wartości towarów. Ich obliczenia były oparte o metodę z użyciem patyczków (jedynkowy system liczbowy), który jest stosowany przez niektórych również w dzisiejszych czasach.

Paski drewna bambusowego odkryte w 2014 roku pokazały, że Chińczycy wykonywali działania mnożenia już ponad 2200 lat temu. Oprócz przedstawienia sposobu mnożenia liczb do 100, znajdowała się na nich również instrukcja obliczania ułamków. Służyły one mieszkańcom wiosek do dzielenia porcji ziaren przeznaczonych na zimowe miesiące³.

Współcześnie jest przyjęty system liczbowy oparty na liczbie 10. Natomiast 5000 lat temu Babilończycy używali innego systemu, sześćdziesiątkowego (podstawą była liczba 60). Ten system jest wykorzystywany również dziś w takich przykładach, jak podawanie czasu. Ten system został zapożyczony przez Babilończyków od Sumerów.

Fascynacja Egipcjan ułamkami, kątami i proporcjami sięgała znacznie dalej, niż niewielkich rozmiarów posągi i nakrycia głowy. Egipcjanie byli budowniczymi na ogromną skalę, tworzyli świątynie, grobowce i pomniki na cześć ich faraonów i bogów. Projekty jednej konstrukcji były często powielane w innych pobliskich budowlach, z elementami połączonymi z zachowaniem podobnych kątów. W efekcie wszystko tworzyło harmonijną, matematycznie idealną całość, uważaną za cechę boską⁴.

Rzymianie do liczenia mogli wykorzystywać palce. Oznaczyli znakiem „I” cyfrę „1”. Przypominała ona jeden palec. Tak samo było również z pozostałymi cyframi. Natomiast cyfra „5” to znak „V”. Przypomina kształt naszej ręki (kciuk jest odłączony od pozostałych palców). Używali również liter (np. „C”, „M”), aby zapisać większe liczby. Były to tzw. „liczby rzymskie”.

³ Tamże, s. 7.

⁴ Tamże, s. 11.



Natomiast w Indiach, około 500 r. n. e. został stworzony system „liczb arabskich”. Szybko zostały dostrzeżone zalety tego systemu i został on rozpowszechniony na całym świecie.

Ludzie z biegiem czasu, wymyślili liczydło, które ułatwia liczenie bez wykonywania działań. Była to rama z rzędami koralików (jedności, dziesiątki, setki itd.).

W XVI wieku we Włoszech rozpoczął się renesans matematyki, wówczas to Taraglia, Sardano oraz Ferrari zaprezentowali metody jakie należy stosować przy rozwiązywaniu równań algebraicznych trzeciego i czwartego stopnia. Natomiast XVII wiek, jest początkiem matematyki nowożytnej. Powstał wówczas rachunek całkowy i różniczkowy, geometria analityczna, geometria różniczkowa oraz rachunek prawdopodobieństwa. W XVIII wieku wysunęła się na początek mechanika teoretyczna, dając początek teorii równań różniczkowych. Nadal rozwijał się rachunek wariacyjny oraz geometria różniczkowa. Cauchy, Gauss Weierstrass w XIX w. stworzyli podstawę do teorii funkcji analitycznych, zaś Bolyai oraz Łobaczewski odkryli geometrię nieeuklidesową. W następstwie nastąpił szybki rozwój algebry. Abel i Galois rozstrzygnęli problemy podstawowe teorii równań algebraicznych. Nastąpił także rozwój teorii funkcji rzeczywistych (Weierstrass) oraz arytmetyki teoretycznej (L. Kronecker, J. Dedekind). Dla matematyki XIX wieku szczególne znaczenie miało powstanie i szybki rozwój teorii mnogości (G. Cantor). Głównym zadaniem teorii mnogości było badanie zbiorów nieskończonych. Miała ona duży wpływ na rozwój matematyki oraz na rozwój badań w logice matematycznej, a także podstaw matematyki. Na przełomie XIX i XX wieku powstała topologia - 1902 rok. To nowa bardziej ogólna teoria miary i całki, mająca duże znaczenie w analizie matematycznej i w rachunku prawdopodobieństwa, a także w analizie funkcjonalnej (pierwsza połowa XX w.), w której to umiejętności zostały połączone struktury algebraiczne ze strukturami topologicznymi⁵.

⁵ <https://docplayer.pl/4378700-Historia-matematyki-ci-ktorym-tak-wiele-zawdzieczamy.html> [Matematyka wczoraj i dziś], [Dostęp: 06.02.2022]



Współcześnie nastąpił duży rozwój cywilizacyjny. Ludzie do obliczeń wykorzystują kalkulatory oraz komputery. Na przestrzeni wielu lat były prowadzone różne badania i analizy dot. matematyki w naszym życiu.

Matematyk to jeden z najdawniejszych zawodów, znany już w starożytności. Matematyk to nie tylko znawca nauki o liczbach i figurach geometrycznych, jak sądzono dawniej. Matematyk to osoba, która posługuje się w swojej pracy dedukcyjną metodą myślenia, a to znaczy, że dąży do sformułowania praw ogólnych, czyli takich, które obowiązują zawsze i wszędzie.

A oto poniżej niektórzy spośród znanych uczonych (matematyków):

VI wiek p.n.e.

- [Tales z Miletu](#)
- [Pitagoras z Samos](#)
- [Hippiasz z Elidy](#)

V wiek p.n.e.

- [Zenon z Elei](#)
- [Hipokrates z Chios](#)

IV wiek p.n.e.

- [Platon](#)
- [Euklides z Megary](#) 6

Najstarszymi znanymi tekstami matematycznymi są:

- Plimpton 332 (Babilonia ok..1900 p.n.e.)
- Moskiewski papirus matematyczny (Egipt ok.1850 p.n.e.)
- Papirus matematyczny Rhinda (Egipt 1650 p.n.e.)
- Shulba Sutras (Indie ok. 800 p.n.e.)
- Kość z Ishanego
- Dziewięć rozdziałów o sztuce matematyki

6 <https://www.math.edu.pl/matematycy>, [Matematycy], [Dostęp: 06.02.2022]



- Tekst Surja Siddhanta⁷.

Historia matematyki pokazuje, że od dawna służyła człowiekowi do rozwiązywania wielu codziennych problemów z handlem, dystrybucją ziemi, hodowlą zwierząt czy z architekturą. W kolejnych wiekach matematyka zaczęła służyć coraz bardziej „abstrakcyjnym” dziedzinom. Matematycy uogólniali stosowanie procedury, stosowali hipotezy, udowadniali je, obalali, itp. Zatem matematyka stała się systemem pewnych pojęć i procedur, które charakteryzują się wysokim poziomem abstrakcji i formalizmu⁸.

Matematyka jest potocznie rozumiana przez pryzmat szkolnych przeżyć oraz codziennych życiowych zastosowań jako nauka o liczbach (arytmetyka) lub figurach (geometria). Jest to jednak jedynie wierzchołek wielkiej góry lodowej. Wraz z przybliżaniem się do niej widać coraz wyraźniej kolejne piętra, czyli takie dziedziny, jak na przykład teoria funkcji, różniczkowanie i całkowanie, rachunek prawdopodobieństwa, teoria gier, algebra, topologia, itd. Liczba różnych działów matematyki wciąż rośnie. Dzieje się tak zarówno z powodu specjalizacji badań (czyli rozwoju szczegółowych dziedzin, zawierających się w dziedzinach dotychczas istniejących), jak również z powodu odkrywania nowych dziedzin, które wiążą ze sobą zagadnienia już istniejące (lecz traktowane jako odległe) lub całkowicie wykraczają poza dotychczasową wiedzę. W związku z tym trudno określić przedmiot matematyki: nie są to już tylko liczby i kształty, lecz także przestrzenie, zbiory, funkcje, odwzorowania, diagramy, procesy. We wszystkich swoich działach matematyka przejawia się jako charakterystyczna metoda podejścia do stawiania i rozwiązywania zagadnień, czyli po prostu pewien określony sposób myślenia⁹.

7 <https://docplayer.pl/4378700-Historia-matematyki-ci-ktorym-tak-wiele-zawdzieczamy.html> (Matematyka wczoraj i dziś), [Dostęp: 06.02.2022]

8 M. Skura, M. Lisicki, *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamanian, Warszawa 2018, s. 10.

9 <https://www.fuw.edu.pl/~kostecki/histmat.pdf> [Krótka historia matematyki, Ryszard Paweł Kostecki], [Dostęp: 06.02.2022]



Zastosowanie matematyki rozwinęło się dzięki rachunkom, obliczeniom i pomiarom, jak również dzięki systematycznemu badaniu formy i ruchów obiektów fizycznych. Jej dwoma podstawowymi filarami są abstrakcja i zastosowanie logiki w rozumowaniu. To dzięki nim dokonał się wielki postęp w badaniach człowieka nad matematyką we wszystkich dziedzinach. Matematyka XX wieku charakteryzuje się dużym zasięgiem zastosowań obejmujących zarówno nauki ścisłe i przyrodnicze, jak również ekonomię oraz niektóre działy humanistyczne. Coraz to większe znaczenie mają nowo powstałe kierunki: teoria masowej obsługi, teoria gier, statystyczna kontrola jakości, teoria informacji; rozwija się także teoria oraz zastosowanie komputerów¹⁰.

Dla lepszego zrozumienia matematyki możemy powiedzieć, że dzieli się ona na cztery główne obszary lub dziedziny nauki, w ramach których wymieniamy następujące:

- Arytmetyka, która zajmuje się badaniem i analizą liczb lub wielkości.
- Algebra, która zajmuje się badaniem i analizą struktur.
- Geometria, która zajmuje się badaniem i znajomością odcinków i figur.
- Statystyka, która jest odpowiedzialna za analizę i badanie zebranych danych, które będą służyć w przyszłości¹¹.

Rzeczywisty rozwój matematyki przebiegał w ciągu tysiącleci doskonaląc formę, wzbogacając problematykę i rozszerzając swój zakres. Ten rozwój nie zawsze przebiegał spokojnie i systematycznie, dlatego też trudno zadowalająco zdefiniować matematykę.

1.2 Rozwój dziecka w młodszym wieku szkolnym

Młodszy wiek szkolny (późne dzieciństwo) rozpoczyna się od momentu rozpoczęcia przez ucznia nauki w szkole. Obejmuje dzieci w wieku od 7. do 10. – 12. roku życia. To okres wielkiej zmiany w życiu dziecka, ponieważ przechodzi

¹⁰ <https://docplayer.pl/4378700-Historia-matematyki-ci-ktorym-tak-wiele-zawdzieczamy.html> [Matematyka wczoraj i dziś], [Dostęp: 06.02.2022]

¹¹ <https://math.edu.pl>, [Dostęp: 20.01.2022]



ono z okresu zabawy, w okres nauki szkolnej. Ważne jest, aby rozwój psychofizyczny ucznia przebiegał poprawnie i bez żadnych zakłóceń w sferach: emocjonalnej, fizycznej, społeczno – moralnej oraz umysłowej.

W przeciwieństwie do poprzedniego okresu, młodszy wiek szkolny charakteryzuje się wolniejszym tempem rozwoju fizycznego. Nadal natomiast dzieci są bardzo chłonne poznawczo, emocjonalnie i społecznie.

Normy i zachowania, jakich się uczą, są ściśle zdeterminowane przez naśladowanie nauczycieli i rodziców, a w następstwie zdobytych doświadczeń pod koniec tego okresu wyraźnie się usamodzielniają¹².

Dziecko, które rozpoczyna naukę w szkole musi uzyskać tzw. dojrzałość szkolną, czyli musi osiągnąć taki stopień rozwoju psychicznego i fizycznego, który umożliwia mu naukę w klasie oraz daje mu przygotowanie na oddziaływanie szkoły.

Przyjmuje się, że dziecko dojrzałe do podjęcia nauki w szkole to takie, które (za: Przetacznik - Gierowska, Makiełło – Jarża 1985):

- jest dostatecznie rozwinięte fizycznie i ruchowo, zwłaszcza w zakresie precyzyjnych ruchów rąk i palców,
- posiada dobrą orientację w otoczeniu oraz określony zasób wiedzy ogólnej o świecie,
- posiada na tyle rozwinięte zdolności komunikacyjne, aby móc porozumiewać się w sposób zrozumiały dla rozmówcy (zarówno dorosłego jak i rówieśnika),
- potrafi działać intencjonalnie, tzn. podejmuje celowe czynności i wykonuje je do końca,
- jest uspołecznione w stopniu pozwalającym na zgodne i przyjazne współdziałanie z rówieśnikami, liczenie się z chęciami i życzeniami innych oraz wykonywanie poleceń kierowanych przez dorosłych do całej grupki dzieci,

¹² <https://sportosporto.pl/Obrazy/Naucza/63.pdf> [Prawidłowości rozwojowe dziecka w wieku wczesnoszkolnym], [Dostęp: 11.02.2022]



- jest na tyle dojrzałe emocjonalnie, aby rozstać się z matką na czas pobytu w szkole oraz kontrolować emocje (lęk, złość i inne) nie uzewnętrzniając ich w sposób zbyt gwałtowny¹³.

Od dojrzałości szkolnej zależeć będzie dobry start dziecka w szkole.

Dziecko, które uczęszcza do klas 1-3, można scharakteryzować w następujący sposób:

W wieku 7 lat bywa ono markotne, smutne i niezadowolone z życia, jest skryte i nie ulega emocjom. Często bywa przywiązane do swojego miejsca i rzeczy. Szybko się uczy. Często ma skłonność do wyolbrzymiania problemów. Jego nastrój bywa zmienny. Często bywa tak, że stawia sobie zbyt wysokie wymagania, których realizacja przychodzi mu z trudnością. Dla dziecka siedmioletniego dorosły i jego widzenie ma duże znaczenie, dlatego w towarzystwie osoby dorosłej brakuje mu motywacji. Inaczej to wygląda z rówieśnikami. Porównują oni swoje spostrzeżenia, wnioski, punkt widzenia. Chętnie eksperymentuje i jest tym zainteresowany.

Dziecko:

- czyta proste wyrazy i zdania,
- liczy do 10,
- dodaje i odejmuje w zakresie 10,
- porównuje przedmioty,
- rozpoznaje figury geometryczne,
- porządkuje przedmioty według określonej cechy.

Dziecko w wieku 8 lat podchodzi inaczej do życia. Do zadań podchodzi z większym entuzjazmem i chęcią. Jest w tym czasie aktywne i żywiołowe. Staje się coraz bardziej pewne siebie. Rozwija swoje hobby i zainteresowania. Potrafi nawiązywać poprawne relacje z rówieśnikami. Kieruje większą uwagę na pracę w zespole oraz na przyjaźń. Chce być lubiane i akceptowane.

13 B. Harwas – Napierała, J. Trempała (red.), *Psychologia rozwoju człowieka. Charakterystyka okresów życia człowieka*, Wyd. PWN, Warszawa 2007, s. 131.



W wieku 8 lat osiąga większą niezależność od rodziców, rodziny. Szybko się uczy i zaczyna rozumieć, że jego zachowanie wpływa na stosunek otoczenia do niego. W szkole radzi sobie coraz lepiej. Dziecko odróżnia co jest dobre, a co złe.

W wieku 9 lat dziecko jest spokojniejsze. Wiek ten przebiega pod znakiem zamartwiania się i wyciszenia. Traktuje siebie za osobę dojrzałą. Potrzebuje więcej zaufania, niezależności oraz swobody. Rodzice w tym wieku nie są już najważniejsi, ważniejsi stają się rówieśnicy. Bywa, że dziecko jest zamknięte w sobie. 9-letnie dziecko z równowagi może wytrącić zła ocena, niesprzyjający komentarz innych, choroba. Uważa, że z niektórymi zadaniami sobie nie poradzi. Jest ciekawe świata, wykazuje duże chęci poznawcze. Już dobrze pisze oraz czyta.

Dziesięciolatek rozwija się już stabilnie. Jest świadomy swoich emocji i potrafi je kontrolować. Ponownie do życia dziecka wraca rola rodziców, którzy stają się dla niego najważniejsi. Dziecko lepiej planuje swój czas. Jest bardziej pracowite i chętniej wywiązuje się ze swoich obowiązków. Ma pozytywne nastawienie do życia. W tym czasie stawia na samodzielność. Staje się coraz bardziej towarzyskie, otwarte. Pojawia się w tym wieku duże zróżnicowanie indywidualnego tempa rozwoju wśród dzieci. Dziecko kształtuje realny obraz własnego ja.

W rozwoju umysłowym dziecka ważne są także kontakty z innymi dziećmi. Kiedy zauważa, że rówieśnicy dochodzą do innych wniosków niż ono samo, zaczyna sprawdzać trafność swojego myślenia. Pojawiająca się rozbieżność może prowadzić do weryfikacji pomysłu¹⁴.

Warto pamiętać, że dziecko w młodszym wieku szkolnym nie potrafi jeszcze bazować jedynie na tym, co można „zrobić w swoim umyśle”, potrzebuje konkretnych przykładów, konkretnych przedmiotów, manipulowania przedmiotami, konkretnych przykładów, które staną się podwaliną abstrakcyjnej umysłowej reprezentacji. Ma również

14 M. Skura, M. Lisicki, *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamania, Warszawa 2018, s. 33.



problem ze zrozumieniem pojęć, które nie mają materialnego czy zmysłowego odpowiednika (np. wolność, społeczeństwo)¹⁵.

W młodszym wieku szkolnym ważna jest rola nauczyciela, którego zadaniem jest dopasowanie działań edukacyjnych do poziomu rozwoju dziecka. Działania te powinny zachęcić dziecko do pracy i poszukiwań, dlatego zadania nie mogą być zbyt trudne, ani łatwe. To zapewnia dziecku poczucie bezpieczeństwa. Uczeń ma świadomość, że nie zostanie sam z trudnościami. Nauczyciel traktowany jest jako przewodnik, który pokaże dziecku drogę, wskaże rozwiązanie problemu. Jednak stopniowo musi on zmniejszać swoją pomoc i wycofywać się. Nauczyciel ma wspierać, zachęcać, wyjaśniać, modelować.

Podsumowując, późne dzieciństwo trwa od 7. do 10. – 12. r.ż. Początek to czas zmian. Dziecko musi zmienić swój świat zabawy w świat obowiązków i nauki. Jego środowiskiem, w którym przebywa i rozwija się staje się szkoła. Tu nawiązuje również relacje rówieńnicze. W grupie rówieńniczej akceptowane są dzieci, które osiągają dobre wyniki w nauce oraz te, które są wyróżniane przez dorosłych. Natomiast te dzieci, u których pojawiają się trudności bywają odrzucone. To właśnie te dzieci mogą mieć poczucie mniejszej wartości. W tym okresie rozwija się poziom umiejętności: poznawczych, ruchowych, komunikacyjnych, związanych z emocjami. Zatem ważne jest opanowanie przez dziecko umiejętności czytania, pisania i liczenia. Uczeń, który odnosi sukcesy ma poczucie rozwoju kompetencji oraz ma poczucie skuteczności swoich działań. Natomiast dziecku, któremu się nie wiedzie odczuwa zwątpienie w swoje możliwości.

¹⁵ <https://madraochrona.pl/blog/rozwój-dziecka-w-młodszym-wieku-szkolnym-rozwój-poznawczy/> [Rozwój dziecka w młodszym wieku szkolnym: rozwój poznawczy], [Dostęp: 11.02.2022]



1.3 Rozwijanie myślenia matematycznego u dzieci w klasach 1-3

Pojęcie edukacja matematyczna dotyczy tego co dziecko opanowało przed pójściem do szkoły, ale i tego czego uczy się w szkole. Ważne, aby dziecko mogło spotykać się z różnymi problemami życiowymi, które gromadzą pewne doświadczenie niezbędne do jego rozwoju.

Cele edukacji matematycznej w klasach początkowych są następujące:

- wspomaganie rozwoju umysłowego każdego dziecka, w szczególności tworzenie się w jego umyśle odpowiednich schematów poznawczych i rozwijanie myślenia operacyjnego,
- zbieranie przez dziecko doświadczeń niezbędnych do ukształtowania odpowiednich pojęć matematycznych,
- stymulowanie rozumowań matematycznych, samodzielności myślenia i krytycyzmu (na miarę dziecka),
- rozwijanie umiejętności matematyzowania łatwych zagadnień zaczerpniętych z otaczającej dziecko rzeczywistości i stosowania nabytej wiedzy w konkretnych sytuacjach¹⁶.

Ogólnie przyjmuje się, iż celem nauczania i uczenia się matematyki jest budowanie wiedzy jednostek, rozwijanie ich umiejętności, poznawanie twierdzeń, sposobów i algorytmów użytecznych w codziennym życiu¹⁷. Dziecko, które ma 7 lat znajduje się na pograniczu dwóch stadiów rozwoju psychicznego (wiek przedszkolny, wiek szkolny). Aby uczeń mógł przejść z jednego stadium do drugiego, musi osiągnąć tzw. dojrzałość szkolną. Przez dojrzałość psychiczną do uczenia się matematyki rozumiemy, że dziecko ma:

- właściwie ukształtowaną sprawność manualną i precyzję spostrzegania,
- odporność emocjonalną,

16 Z. Semadeni, E. Gruszczyk – Kolczyńska, G. Treliński, B. Bugajska – Jaszczolt, M. Czajkowska, *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, Wyd. Pedagogiczne ZNP Spółka z o. o., Kielce 2015, s. 11.

17 B. Bilewicz – Kuźnia, *Rozwijanie umiejętności matematycznych dzieci w wieku przedszkolnym*, Wyd. UMCS, Lublin 2018, s. 11.



- zdolność do operacyjnego rozumowania.

W polskich szkołach w spiralny sposób są ułożone treści nauczania. Pomysł ten zawdzięczamy Brunerowi. Polega on na tym, że zakres wiedzy jest powtarzany i utrwalany w pewnych odstępach czasu. Za każdym razem dzieci wchodzą na wyższy poziom. Na początku dzieci opanowują podstawy, a z czasem dokładane są coraz to nowe obszary wiedzy.

Dziecko nie odkrywa matematyki, odkrywa raczej to co jest przed nim „schowane”. Czerpie z dorobku pozyskanego przez lata. Korzysta z doświadczeń innych. Dziecko „odkrywa” odkryte dawno temu prawa matematyczne. Robi to przy pomocy osób, które już je doskonale znają i rozumieją. Z badań wynika, że dzieci, które są dobrze przygotowane w przedszkolu mają zapewniony lepszy start i osiągają dobre rezultaty. Ważne jest również doświadczenie uzyskane przez dziecko w domu rodzinnym.

W pierwszych latach nauki matematyki dziecko uczy się głównie podstaw geometrii, arytmetyki i obliczania różnych miar. Wyjaśnia różne problemy stosując liczby. Uczy się liczb w różnych aspektach i poznaje figury geometryczne. Uczy się posługiwać pieniędzmi. Mierzy temperaturę, masę, pojemność czy też długość. Z tymi wszystkimi działaniami dziecko spotyka się w domu.

Rozwój myślenia matematycznego u dzieci przebiega od myślenia na konkretach po myślenie abstrakcyjne.

Specyfika myślenia matematycznego polega na myśleniu konkretnym opartym na określonych założeniach, prawach logicznych, definicjach, twierdzeniach, a jednocześnie stawianiu pytań – hipotez, choć nie zawsze można na nie odpowiedzieć¹⁸.

Pojęcia, które są zrozumiałe i proste są cechą konkretności.

18 J. Nowik, *Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2009, s. 10.



Cechę abstrakcyjności mają pojęcia, których znaczenie można uchwycić dopiero wtedy, gdy odniesie się je do rzeczy bardziej znanych. Kolejny krok to zrozumienie związków między znanym a nieznanym¹⁹.

Poziomy konkretny i abstrakcyjny się przenikają oraz są ze sobą powiązane.

Dziecko poradzi sobie z zadaniem, które:

- ma dla niego znaczenie,
- rozumie,
- może rozwiązać dowolną metodą,
- jest dostosowane do jego możliwości.

Rozumienie wielu pojęć matematycznych wymaga stworzenia połączeń między konkretnymi działaniami, rysunkami, symbolami graficznymi a językiem. Kiedy dziecko rozwiąże problem (zadanie), przedstawia wyniki innym osobom – rodzicowi, nauczycielowi, czy innym dzieciom. To ważna część myślenia matematycznego. Dziecko może rozwiązać problem metodą prób i błędów, bardzo chaotycznie, często kierując się intuicją. Zaprezentowanie rozwiązania wymaga od niego uporządkowania swoich myśli w spójną, logiczną całość. Komunikowanie swojego matematycznego myślenia jest ważnym aspektem stosowania i używania matematyki²⁰.

Zdaniem Z. Krygowskiej proces rozwoju myślenia związanego z poznawaniem pośrednim przebiega w trzech etapach.

ETAP I

Rozwój myślenia zaczyna się od sytuacji konkretnych, od działania w rzeczywistości materialnej, a cechą charakterystyczną jest nieodwracalność czynności. Drugą cechą jest to, że czynności te są izolowane, dziecko nie ujmuje jeszcze stosunków między czynnościami, co wymaga większego rozwoju myśli (jedno działanie umożliwia wykonanie następnego) – myślenie przedoperacyjne. Dziecko na tym etapie nie dostrzega jeszcze prawa przechodniości.

19 M. Skura, M. Lisicki, *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamania, Warszawa 2018, s. 49.

20 Tamże s. 61.



ETAP II

Kolejny etap to interioryzacja czynności – operacji – konkretnej prowadzącej do czynności wyobrażeniowych. Dziecko wykonuje pewne czynności w myśli, ale wiąże je z konkretną sytuacją. J. Piaget opisuje sytuację, kiedy do tuby wkładane są trzy kule: czerwoną, niebieską i zieloną. Przy zmianach położenia, np. obracaniu, co dziecko obserwuje, nie potrafi ono poprawnie określić, w jakiej kolejności kule będą wypadać z tuby.

ETAP III

Dalszy rozwój to odwracalność czynności – operacje formalne. Odwracalna czynność to specyficzna cecha operacji, która łączy w jedną operację czynności wobec siebie odwrotne. Owe odwracalne wewnętrzne czynności połączone są w jedną złożoną całość. Przykładami takich czynności są m.in. *zbliżyć – oddalić, rozdzielić – połączyć*, itp²¹.

Nasze myśli formułujemy dzięki logice. Celem naszych rozważań jest określenie co jest prawdziwe. Dzieci zaskakują nas swoją logiką.

Piaget twierdził, że logiczne rozumowanie nie jest możliwe u dzieci przed osiągnięciem wieku około 7 lat. Jednak późniejsze badania pokazują, że małe dzieci przeprowadzają już bardzo skomplikowane rozumowania, choć jeszcze nie mają wystarczającej wiedzy i nie posługują się na tyle sprawnie językiem, aby wyjaśnić na przykład swoje uzasadnienie²².

Derek Haylock to brytyjski pedagog. Wymienia on w rozumowaniu matematycznym 7 kluczowych procesów:

- uogólnianie,
- próby i błędy,
- uogólnianie języka,
- rozumowanie dedukcyjne i indukcyjne,
- przykłady przeciwne i przypadki szczególne,

²¹ Tamże s. 13.

²² Tamże s. 70.



- wyjaśnianie, przekonywanie, udowadnianie i dedukcyjne rozumowanie,
- myślenie kreatywne.

Matematyka posługuje się specyficznym językiem, który pozwala opisać wiele sytuacji i przekazać informacje w sposób zrozumiały. Języka tego należy używać w ten sposób, aby dziecko rozumiało pojęcia, ale i wiedziało w jakich sytuacjach należy je wykorzystać.

W procesie uczenia się matematyki ważna jest również podatność na uczenie się. Jest to sposób korzystania ze wskazówek i instrukcji podczas wykonywania zadań. Ważny jest także poziom aktywności dziecka, które chętniej rozwiązuje pojawiające się problemy. Wzrasta też samodzielność dziecka podczas pracy. Kolejną cechą wpływającą na uczenie się matematyki jest temperament dziecka. Przyjmuje się, że temperament jest zespołem cech osobowościowych, warunkujących elementy zachowania takie, jak: szybkość, tempo i intensywność. Na proces uczenia się matematyki wpływa również poziom rozwoju procesów poznawczych. Ważne jest spostrzeganie, jak i rozwój motoryczny, czy koordynacja wzrokowo – ruchowa.

Jeżeli dorosły chce, aby dziecko czegoś się nauczyło, musi zorganizować sytuację (najlepiej serie sytuacji), w których ma ono szansę zdobywać odpowiednią porcję doświadczeń. Następnie ma pomagać dziecku w przetwarzaniu tych doświadczeń na schematy umysłowe. Dlatego nie jest obojętne, jakie to są doświadczenia oraz ile ich potrzeba do zbudowania danego schematu umysłowego²³.

Jak motywować dziecko do zajmowania się matematyką?

- rozwijaj poczucie dokonywania odkryć, wzbudzaj ciekawość, wywołuj wątpliwości, niepewność, zdziwienie,
- dawaj dziecku wybór: pracy, terminu realizacji, osób, z którymi chce współpracować, tempa uczenia się, metod i technik pracy,

23 E. Gruszczyk – Kolczyńska, *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, Wyd. Edukacja Polska Sp. z o. o., Warszawa 2009, s. 45.



- stosuj pozytywne wzmocnienia,
- twórz klimat intelektualny promujący wiedzę, ciągłe doskonalenie kompetencji, osobistą odpowiedzialność za wykonane zadania, własną inicjatywę, niezależność decyzji²⁴,
- wzbudzaj zaciekawienie, wywołuj napięcia przez zadawanie pytań, konfrontowanie dziecka z jego poglądami,
- wzbudzaj dysonans lub konflikt poznawczy – motywuj do działania to, co jest zaskakujące, absurdalne, paradoksalne,
- przekształcaj to, co abstrakcyjne, w to, co osobiste, konkretne, znajome²⁵.

A oto typowe błędy, które popełniają dorośli, zadając dzieciom pytania:

- zadają zbyt wiele pytań jednocześnie,
- dają za mało czasu na odpowiedź,
- sami odpowiadają na zadane przez siebie pytanie,
- mówią do dziecka, a nie rozmawiają z nim,
- zadają pytania nieistotne, zamknięte (jest jedna dobra odpowiedź), zbyt wąskie,
- zadają pytania zbyt skomplikowane,
- nie wykorzystują odpowiedzi dzieci²⁶.

Aby pomóc dziecku uczyć się matematyki możemy wykorzystać takie elementy, jak:

- klamerki,
- sznurek,
- samochodziki,
- klocki,
- figurki zwierząt,

24 E. Filipiak, *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*, GWP, Sopot 2012, s. 93.

25 M. Skura, M. Lisicki, *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamaniana, Warszawa 2018, s. 82.

26 E. Filipiak, *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*, GWP, Sopot 2012, s. 159 -160.



- piasek w pojemniku,
- foremki,
- różnej wielkości piłki,
- wagę kuchenną,
- termometr,
- kostki do gry,
- kostki domina,
- rolki po papierze toaletowym,
- spinacze,
- miseczki,
- kubeczki,
- itp.

Dobrze jest również, aby pod ręką podczas nauki znalazło się liczydło.

Dzieci poprzez zbieranie różnych doświadczeń codziennie coraz lepiej zaczynają rozumieć matematykę. Coraz lepiej liczą, dodają, odejmują, określają czego jest więcej, a czego mniej. Mierzą długość i wagą przedmioty. Interesują się kształtami, które znajdują się w ich otoczeniu. Nazywają kierunki wokół siebie i od innej osoby. Posługują się też językiem matematyki, chociaż kiedyś uważano, że matematyka jest nieodpowiednia dla dzieci.

1.4 Zakres treści programowych z edukacji matematycznej w klasach 1-3

Rolą szkoły jest przygotowanie dziecka do życia w dorosłym życiu. Szkoła zapewnia uczniowi sprzyjającą atmosferę, która ułatwia i pomaga zdobywać wiedzę oraz rozwijać szereg umiejętności. Głównym aspektem kształcenia jest rozwój dziecka w sferze poznawczej, emocjonalnej, społecznej i moralnej. Celem kształcenia w szkole ogólnej jest m. in.:

- wprowadzenie uczniów w świat takich wartości jak np. patriotyzm, szacunek, współpraca,



- rozwijanie u uczniów umiejętności logicznego myślenia, analizy, wyciągania wniosków,
- kształtowanie takich umiejętności jak kreatywność, innowacyjność,
- pogłębianie więzi z naszą ojczyzną, regionem,
- potęgowanie wśród uczniów ciekawości poznawczej w celu zdobywania wiedzy,
- wyposażenie uczniów w zasób wiadomości.

Edukacja, to z pewnością jedno z najpopularniejszych pojęć w życiu pedagogów. Obejmuje szeroki zakres działań mających na celu wychować oraz kształcić młodego człowieka²⁷. Ważne jest, aby uczenie się było przyjemną czynnością dla ucznia, jak i dla nauczyciela. Aby to uzyskać należy być nauczycielem poszukującym, rozwijającym się. Należy tak kierować pracą ucznia, aby dawała mu możliwość odkrywania, poznawania najbliższego otoczenia.

Nauczanie matematyki jest dostosowane do etapu rozwojowego dziecka i jego możliwości intelektualnych. Matematyka w edukacji wczesnoszkolnej odnosi się do rzeczywistości dziecka, która je otacza. Pojęcia i metody są powiązane z obiektami występującymi w otoczeniu ucznia. Odniesienie do konkretnych sytuacji z życia dziecka ułatwia mu łatwiejsze przyswajanie treści matematycznych.

W pierwszych miesiącach nauki w centrum uwagi jest wspomaganie rozwoju czynności umysłowych ważnych dla uczenia się matematyki. Dominującą formą zajęć są w tym czasie zabawy, gry i sytuacje zadaniowe, w których dzieci manipulują specjalnie dobranymi przedmiotami, np. liczmanami. Następnie dba się o budowanie w umysłach dzieci pojęć liczbowych i sprawności rachunkowych na sposób szkolny. Dzieci mogą korzystać z zeszytów ćwiczeń najwyżej przez jedną czwartą czasu przeznaczanego na edukację matematyczną. Przy układaniu i rozwiązywaniu zadań trzeba zadbać o wstępną matematyzację: dzieci

²⁷ Encyklopedia Pedagogiczna XXI wieku Żak, 2008, s. 905.



rozwiązują zadania matematyczne, manipulując przedmiotami lub obiektami zastępczymi, potem zapisują rozwiązanie²⁸.

Przedstawiony podział jest propozycją na okres 3 lat edukacji wczesnoszkolnej.

Uczeń w klasie pierwszej na zajęciach edukacji matematycznej:

- zapisuje liczby cyframi rzymskimi,
- przelicza liczby od 0 do 20 oraz wstak,
- wykonuje różne obliczenia (dodawanie i odejmowanie w zakresie 20),
- układa serie rosnąco i malejąco,
- porównuje zbiory,
- klasyfikuje obiekty np. klocki, domy, piłki,
- określa położenie obiektów,
- dostrzega symetrię,
- kontynuuje wzór w sekwencji,
- rozwiązuje proste zadania tekstowe,
- rozpoznaje i nazywa podstawowe figury geometryczne,
- mierzy różne długości posługując się linijką i je porównuje (krótszy lub dłuższy),
- waży przedmioty i je porównuje (cięższy lub lżejszy),
- odmierza płyny,
- nazywa dni tygodnia i miesiące,
- wie do czego służy kalendarz,
- rozpoznaje czas na zegarze,
- wykonuje obliczenia pieniężne.

Uczeń w klasie drugiej na zajęciach edukacji matematycznej:

- zapisuje cyframi i odczytuje liczby w zakresie 100,
- dodaje i odejmuje w zakresie 100,
- mnoży i dzieli w zakresie 50,

²⁸ <http://szczepkowicz.ifd.uni.wroc.pl/narysuj-mi-fizyke/materialy-CKE-matematyka/MEN-Podstawa-programowa-matematyka.pdf>, [Dostęp: 06.02.2022]



- rozwiązuje zdania tekstowe,
- poznaje znaki rzymskie,
- wymienia dni tygodnia i miesiące,
- rozpoznaje i nazywa podstawowe figury geometryczne,
- rysuje drugą połowę symetrii figury,
- rysuje różne figury w powiększeniu lub pomniejszeniu,
- wykonuje różne obliczenia np. kalendarzowe, pieniężne, itp.,

Uczeń w klasie trzeciej na zajęciach edukacji matematycznej:

- zapisuje cyframi i odczytuje liczby w zakresie 1000,
- wykonuje różne działania (dodawanie, odejmowanie),
- mnoży i dzieli w zakresie 100,
- porównuje liczby w zakresie 1000,
- rozwiązuje równania z niewiadomą w postaci okienka,
- wykonuje obliczenia pieniężne,
- mierzy odcinki, przedmioty i zapisuje wynik pomiaru długości,
- odczytuje temperaturę,
- odmierza płyny,
- waży przedmioty,
- odczytuje i zapisuje znaki rzymskie w zakresie do XII,
- odczytuje godziny na zegarach w systemie 12 oraz 24-godzinnym,
- wymienia dni tygodnia i miesiące,
- rozpoznaje i nazywa podstawowe figury geometryczne,
- rysuje drugą połowę symetrii figury,
- rysuje różne figury w powiększeniu lub pomniejszeniu.

Na koniec etapu edukacji wczesnoszkolnej uczeń powinien osiągnąć wyznaczone cele, które reguluje podstawa programowa kształcenia ogólnego.

Edukacja wczesnoszkolna – podstawa programowa (edukacja matematyczna)

1. Osiągnięcia w zakresie rozumienia stosunków przestrzennych i cech wielkościowych.



Uczeń:

- 1) określa i prezentuje wzajemne położenie przedmiotów na płaszczyźnie i w przestrzeni; określa i prezentuje kierunek ruchu przedmiotów oraz osób; określa położenie przedmiotu na prawo/na lewo od osoby widzianej z przodu (także przedstawionej na fotografii czy obrazku);
- 2) porównuje przedmioty pod względem wyróżnionej cechy wielkościowej, np. długości czy masy; dokonuje klasyfikacji przedmiotów;
- 3) posługuje się pojęciami: pion, poziom, skos.

2. Osiągnięcia w zakresie rozumienia liczb i ich własności.

Uczeń:

- 1) liczy (w przód i wstecz) od podanej liczby po 1, po 2, po 10 itp.;
- 2) odczytuje i zapisuje, za pomocą cyfr, liczby od zera do tysiąca oraz wybrane liczby do miliona (np. 1 500, 10 000, 800 000);
- 3) wyjaśnia znaczenie cyfr w zapisie liczby; wskazuje jedności, dziesiątki, setki itd., określa kolejność, posługując się liczbą porządkową;
- 4) porównuje liczby; porządkuje liczby od najmniejszej do największej i odwrotnie; rozumie sformułowania typu: liczba o 7 większa, liczba o 10 mniejsza; stosuje znaki: $<$, $=$, $>$.

3. Osiągnięcia w zakresie posługiwania się liczbami.

Uczeń:

- 1) wyjaśnia istotę działań matematycznych – dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia oraz związki między nimi; korzysta intuicyjnie z własności działań;
- 2) dodaje do podanej liczby w pamięci i od podanej liczby odejmuje w pamięci: liczbę jednocyfrową, liczbę 10, liczbę 100 oraz wielokrotności 10 i 100 (w prostszych przykładach);
- 3) mnoży i dzieli w pamięci w zakresie tabliczki mnożenia; mnoży w pamięci przez 10 liczby mniejsze od 20; rozwiązuje równania z niewiadomą zapisaną w postaci okienka (uzupełnia okienko); stosuje własne strategie, wykonując obliczenia; posługuje się znakiem równości i znakami czterech podstawowych działań;



4) dodaje i odejmuje liczby dwucyfrowe, zapisując w razie potrzeby częściowe wyniki działań lub, wykonując działania w pamięci, od razu podaje wynik; oblicza sumy i różnice większych liczb w prostych przykładach typu: $250 + 50$, $180 - 30$; mnoży liczby dwucyfrowe przez 2, zapisując, jeśli ma taką potrzebę, częściowe wyniki działań; przy obliczeniach stosuje własne strategie.

4. Osiągnięcia w zakresie czytania tekstów matematycznych.

Uczeń:

- 1) analizuje i rozwiązuje zadania tekstowe proste i wybrane złożone; dostrzega problem matematyczny oraz tworzy własną strategię jego rozwiązania, odpowiednią do warunków zadania; opisuje rozwiązanie za pomocą działań, równości z okienkiem, rysunku lub w inny wybrany przez siebie sposób;
- 2) układa zadania i je rozwiązuje, tworzy łamigłówki matematyczne, wykorzystuje w tym procesie własną aktywność artystyczną, techniczną, konstrukcyjną; wybrane działania realizuje za pomocą prostych aplikacji komputerowych.

5. Osiągnięcia w zakresie rozumienia pojęć geometrycznych.

Uczeń:

- 1) rozpoznaje – w naturalnym otoczeniu (w tym na ścianach figur przestrzennych) i na rysunkach – figury geometryczne: prostokąt, kwadrat, trójkąt, koło; wyodrębnia te figury spośród innych figur; kreśli przy linijce odcinki i łamane; rysuje odręcznie prostokąty (w tym kwadraty), wykorzystując sieć kwadratową;
- 2) mierzy długości odcinków, boków figur geometrycznych itp.; podaje wynik pomiaru, posługując się jednostkami długości: centymetr, metr, milimetr; wyjaśnia związki między jednostkami długości; posługuje się wyrażeniami dwumianowanymi; wyjaśnia pojęcie kilometr;
- 3) mierzy obwody różnych figur za pomocą narzędzi pomiarowych, także w kontekstach z życia codziennego; oblicza obwód trójkąta i prostokąta (w tym także kwadratu) o danych bokach;
- 4) dostrzega symetrię w środowisku przyrodniczym, w sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka obecnych w otoczeniu dziecka.



6. Osiągnięcia w zakresie stosowania matematyki w sytuacjach życiowych oraz w innych obszarach edukacji.

Uczeń:

- 1) klasyfikuje obiekty i różne elementy środowiska społeczno-przyrodniczego z uwagi na wyodrębnione cechy; dostrzega rytm w środowisku przyrodniczym, sztuce użytkowej i innych wytworach człowieka, obecnych w środowisku dziecka;
- 2) dzieli na dwie i cztery równe części, np. kartkę papieru, czekoladę; używa pojęć: połowa, dwa i pół, cztery równe części, czwarta część lub ćwierć;
- 3) wykonuje obliczenia pieniężne; zamienia złote na grosze i odwrotnie, rozróżnia nominały na monetach i banknotach, wskazuje różnice w ich sile nabywczej;
- 4) odczytuje godziny na zegarze ze wskazówkami oraz elektronicznym (wyświetlającym cyfry w systemie 24-godzinnym); wykonuje proste obliczenia dotyczące czasu; posługuje się jednostkami czasu: doba, godzina, minuta, sekunda; posługuje się stoperem, aplikacjami telefonu, tabletu, komputera; zapisuje daty np. swojego urodzenia lub datę bieżącą; posługuje się kalendarzem; odczytuje oraz zapisuje znaki rzymskie co najmniej do XII;
- 5) mierzy temperaturę za pomocą termometru oraz odczytuje ją;
- 6) dokonuje obliczeń szacunkowych w różnych sytuacjach życiowych;
- 7) waży; używa określeń: kilogram, dekagram, gram, tona; zna zależności między tymi jednostkami; odmierza płyny; używa określeń: litr, pół litra, ćwierć litra;
- 8) wykorzystuje warcaby, szachy i inne gry planszowe lub logiczne do rozwijania umiejętności myślenia strategicznego, logicznego, rozumienia zasad itd.; przekształca gry, tworząc własne strategie i zasady organizacyjne;
- 9) wykorzystuje nabyte umiejętności do rozwiązywania problemów, działań twórczych i eksploracji świata, dbając o własny rozwój i tworząc indywidualne strategie uczenia się²⁹.

29 <http://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20170000356/O/D20170356.pdf>,
Dziennik Ustaw Rzeczypospolitej Polskiej, [Dostęp: 20.01.2022]



Aby osiągnąć powyższe cele muszą być spełnione następujące warunki:

- nabyte przez ucznia wiadomości i umiejętności w trakcie edukacji powinny być powtarzane, utrwalane, a potem rozszerzone,
- w pierwszych miesiącach nauki matematyki należy stosować gry, zabawy i sytuacje życiowe, które pomogą zrozumieć podstawowe pojęcia i procesy zachodzące na zajęciach,
- w kolejnych miesiącach nauki matematyki zdobywana wiedza powinna być kształtowana na sposób szkolny,
- na początku podczas pracy dzieci mogą manipulować przedmiotami w celu wykonania obliczeń, a dopiero następnym krokiem jest zapisanie równania.



2. INNOWACYJNE ROZWIĄZANIA W NAUCZANIU MATEMATYKI W PRACY Z ZESPOŁEM KLASOWYM W EDUKACJI WCZESNOSZKOLNEJ

2.1 Pierwsze spotkania z matematyką w edukacji wczesnoszkolnej

Od najmłodszych lat do wychowania i prawidłowego rozwoju małego człowieka potrzebna jest stymulacja, wspieranie, wskazywanie drogi osiągnięcia celu. Jedną z dziedzin, która wpływa na wszechstronny rozwój dziecka jest „królowa nauk”, matematyka. Matematyka jest wszędzie, bo prawie wszystko to, co nas otacza możemy policzyć, porównać, zmierzyć. Matematykę znajdziemy w kuchni, piekarni, u krawca, w sklepie, w portfelu, na zawodach sportowych, w grach planszowych, kartach, układankach, zabawach ruchowych, podczas urządzania i projektowania mieszkania, w ruchu planet, w przemijaniu czasu a nawet w muzyce i sztuce. To nieskończenie wiele możliwości wykorzystania kształtów, liczb, obliczeń, rytmu, symetrii, czasu. Matematyka to również konstruowanie, logiczne myślenie, rozwijanie wyobraźni, szukanie rozwiązań, abstrakcyjne pojęcia, prawdopodobieństwo czy język potoczny. Zatem jeśli jest wszędzie, jeśli jest z nami w wielu aspektach życia, jest nam niezbędna.

Od najwcześniejszych lat, pokażmy dziecku, nauczmy szukać, pozwólmy doświadczać, dotknąć, znaleźć rozwiązanie, uwrażliwmy go, dajmy szansę na obserwację i zaspokojenie ciekawości oraz dajmy prawo do popełniania błędów, a z całą pewnością polubi ono matematykę i będzie dla niego ciekawa a może i fascynująca.

W pierwszej klasie szkoły podstawowej, uczniowie na bazie umiejętności wieku przedszkolnego, zdobywają doświadczenia z zakresu:

- stosunków przestrzennych i cech wielkościowych,
- klasyfikowania zbiorów według jednej lub kilku cech,
- rozróżniania i nazywania figur geometrycznych,
- dostrzegania i kontynuowania symetrii i układów rytmicznych,
- porządkowania elementów rosnąco lub malejąco,

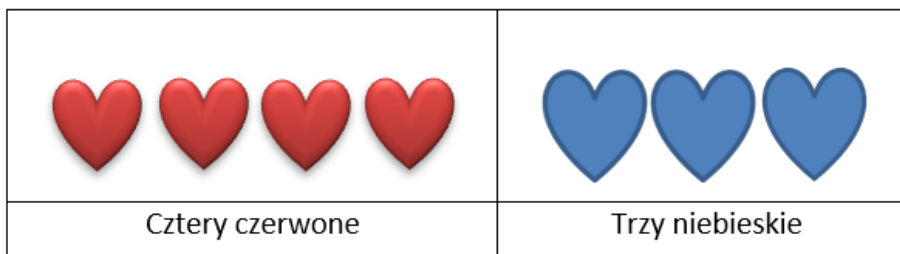


- obliczania liczebności elementów w zbiorze,
- myślenia przyczynowo – skutkowego,
- kodowania i dekodowania informacji za pomocą prostego kodu graficznego,
- liczenia elementów do przodu i wstecz,
- porównywania liczebności zbiorów poprzez tworzenie par,
- rozwiązywania prostych zadań z treścią,
- dokonywania pomiarów długości, objętości, czasu i obliczeń pieniężnych.

Podczas uczenia się pojęć matematycznych, praca powinna opierać się na schemacie:

- ruch, manipulowanie konkretem, zabawa,
- opis słowami wspartymi gestem,
- zastąpienie opisu słownego właściwym symbolem.

Etap 1 – CZYNNOŚĆ



Ilustracja 1. Przykład liczmanów; źródło: opracowanie własne

Etap 2 - SŁOWO I GEST

Cztery i trzy to razem siedem

Etap 3 - SYMBOL

$4+3=7$

Dzięki takiemu działaniu, tworzy się podstawa do zrozumienia i posługiwania się pojęciem liczby. W klasie pierwszej uczniowie poznają liczby naturalne w zakresie pierwszej dziesiątki na zasadzie monograficznego opracowywania.



Następnie poznają liczby w aspekcie kardynalnym, porządkowym, symbolicznym i arytmetycznym. Gdy uczeń nabędzie sprawności w posługiwaniu się liczbą w każdym z tych zakresów, możliwe jest zrozumienie wieloznaczności pojęcia liczby oraz posługiwania się liczbami w coraz szerszym zakresie.

Przykłady lekcji matematyki w klasie pierwszej:

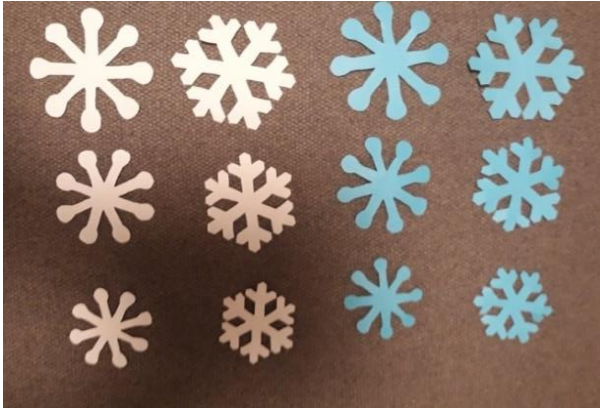
- *Fragmenty lekcji „Zimowa matematyka”, przeprowadzonej w klasie pierwszej.*

Uczniowie otrzymują liczmany – płatki śniegu. Ich zadaniem jest podzielenie liczmanów na zbiory, według wymyślonego przez siebie kryterium (wielkość, kolor, kształt). Następnie na papierowych talerzykach układają zbiory płatków śniegu w liczbie 5: dwa duże, dwa małe, jeden średni. Każdy uczeń ma do wykonania dwa ćwiczenia, stosując różne układy płatków śniegu. Kolejnym zadaniem jest ich ułożenie w sekwencji według własnego pomysłu, a później przyklejenie płatków śniegu w danym miejscu na kartce papieru według instrukcji podanej przez nauczyciela:

W prawym górnym rogu przyklej niebieski, mały płatek śniegu. W lewym górnym rogu kartki przyklej biały, duży płatek śniegu. Na środku kartki przyklej niebieski, średni płatek śniegu. W prawym dolnym rogu przyklej biały, duży płatek śniegu. W lewym dolnym rogu przyklej biały, średni płatek śniegu.

Podczas tego typu działania na lekcjach matematyki, uczniowie mają możliwość pracy na konkretach, przeliczania, porządkowania, układania według własnego lub zgodnego z instrukcją sposobu. Uczą się stosunków przestrzennych i orientacji w przestrzeni. Takie ujęcie tematu daje uczniom możliwość nauki poprzez zabawę, uczy skupienia, uważności, kreatywności, poszerzania wiedzy i umiejętności.

Rolą nauczyciela jest precyzyjne wyjaśnienie sposobu wykonania zadania, umiejętne udzielanie wskazówek oraz nadzorowanie i kierowanie działaniami ucznia w taki sposób, aby ten poprawnie wykonał zadanie, a jednocześnie był w swoim działaniu maksymalnie samodzielny.



Ilustracja 2. Zestaw płatków śniegu dla każdego ucznia; źródło: opracowanie własne

W dalszym toku lekcji uczniowie obliczają wynik działań matematycznych w zakresie pierwszej dziesiątki, np.: $2+4=$ lub $5-3=$, itp., wykorzystując guziki dla bałwanka. Wynik działania jest informacją dla ucznia, ile guzików trzeba przykleić bałwankowi.



Ilustracja 3. Bałwanek i 10 guzików; źródło: opracowanie własne

Wykonując tego typu zadania uczniowie manipulują dodając i odejmując za pomocą liczmanów, które służą następnie do zabawy z bałwankiem. Efektem końcowym pracy z wykorzystaniem płatków śniegu i bałwanków, jest wykonanie w parach pracy plastycznej pt. „Zimowy pejzaż”, który jest zamknięciem tematu w formie zabawy plastycznej.

Rolą nauczyciela jest sprawdzanie poprawności wykonywania obliczeń matematycznych: dodawania i odejmowania liczb w zakresie pierwszej dziesiątki



oraz pomoc uczniom, którzy mają problem z poprawnym wykonaniem zadania. Podczas wykonywania pracy plastycznej, nauczyciel nadzoruje wykonywanie pracy, dając możliwość do kreatywnego i samodzielnego działania uczniów.

- Fragmenty lekcji „Zagraj ze mną”, przeprowadzonej w klasie pierwszej.

Wstępem do lekcji, jest wykonanie przez każdego ucznia obliczeń matematycznych na dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie pierwszej dziesiątki, typu: $2 + 3 = \dots$, $9 - 6 = \dots$, $8 - \dots = 3$, $5 + \dots = 9$, $\dots - 5 = 7$. Efektem prawidłowego wykonania każdego zadania jest otrzymanie papierowego serduszka.

Takie rozpoczęcie zajęć, jest doskonałą zachętą do udziału wszystkich uczniów we wspólnej zabawie. Każdy ma szansę do wykonania obliczenia, podania wyniku i odniesienia sukcesu z dobrze rozwiązanego działania.

W każdym zespole klasowym są uczniowie o różnym zasobie wiadomości i umiejętności, a co się tym wiąże o różnym tempie pracy. Nauczyciel umożliwia każdemu odniesienie sukcesu poprzez dostosowanie czasu oczekiwania na wynik działania będący odpowiedzią na pytanie, w zależności od indywidualnych możliwości uczniów. Należy umożliwiać wykonywanie tego typu działań na konkretach, typu liczmany, patyczki, palce, aby wszyscy uczniowie sami poradzili sobie z wykonaniem zadania, a tym samym odnieśli sukces i mieli satysfakcję ze swojego działania. Trzeba również pamiętać o tym, że uczniowie mają prawo do popełnienia błędu, wówczas należy ponownie wykonać działanie i umożliwić uczniom kolejne przeliczenie i poprawę wyniku. W indywidualnych przypadkach nauczyciel ponownie wyjaśnia, powtarza i pomaga uczniowi w osiągnięciu celu. *Kolejne zadanie lekcji jest zabawą pt. „Ja mam, kto ma?”, w której każdy uczeń odczytuje swoją kartę i wywołuje do odpowiedzi następnego ucznia.*



Ilustracja 4. Przykładowy zestaw obrazków; źródło: opracowanie własne

Zabawa ma na celu nauczenie spostrzegawczości, uwagi, współdziałania, podporządkowania się regułom zabawy. Uczy rozpoznawania cyfr, przedmiotów codziennego użytku i ich nazywania. Ponieważ efektem końcowym prawidłowo wykonanej czynności jest otrzymanie papierowego serduszka, zawiera też elementy współzawodnictwa. Umożliwia manipulowanie, kontrolowanie, zmusza do koncentracji i myślenia, dając każdemu uczniowi szansę na odniesienie sukcesu. Jest zatem kolejnym przykładem nauki przez zabawę.

Rolą nauczyciela jest kontrolowanie prawidłowego przebiegu gry i dbanie o wyzwalanie pozytywnych emocji oraz współuczestniczenie w zabawie, a także pomoc uczniom, jeśli tego potrzebują.

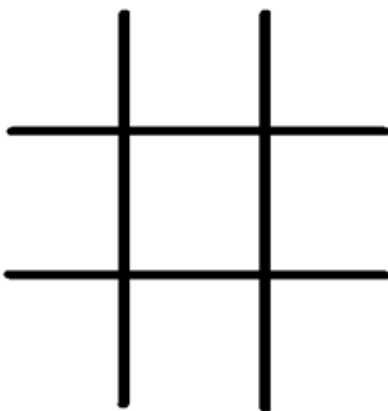
Drugim zadaniem zgodnie z tematem lekcji, jest gra planszowa „Chińczyk”, w której uczestniczy kilka osób. Uczniowie rzucają kostką, przeliczają trasę pionka. Rozpoczyna ten gracz, który pierwszy wyrzuci sześć oczek. Mając szansę na kolejny rzut, musi wykonać działanie matematyczne na dodawanie. Przykład: jeżeli gracz wyrzuci 6, a następnie 3, przesuwa swój pionek o 9 pól ($6+3=9$). Jeśli wyrzuci kolejno: 6,6,4 to przesuwa swój pionek o 16 pól ($6+6+4=16$). Gracz po wyrzuceniu 6 oczek, może także wyprowadzić ze "schowka" kolejny pionek. Pionki mogą nad sobą przeskakiwać. Jeżeli podczas gry pionek jednego gracza stanie na polu zajmowanym przez drugiego, pionek stojący tutaj poprzednio zostaje zбитy i wraca do swojego "schowka". Zasada ta nie dotyczy pola startowego. Gdy gracz obejdzie pionkiem całą planszę dookoła, wprowadza swój pionek do "domku" - czyli czterech pól oznaczonych własnym kolorem. Do "domku" jednego gracza nie mogą wejść swoimi pionkami inni uczestnicy zabawy. Gdy gracz dotarł swoim



pionkiem do "domku", a na planszy nie ma żadnych innych jego pionków, musi wylosować 6 oczek, aby móc wprowadzić kolejny pionek ze "schowka" na planszę. W takiej sytuacji zamiast jednego rzutu kostką, ma trzy próby. Taki sam ruch wykonuje gracz, kiedy jego wszystkie pionki zostały zbite i nie ma żadnej możliwości ruchu. Wygrywa ten gracz, który jako pierwszy wprowadzi wszystkie swoje pionki do "domku". Jeśli grają trzy lub cztery osoby, to pozostali gracze mogą dalej toczyć batalię o podium.

Nauka matematyki w oparciu o gry planszowe jest świetną okazją do nauki matematyki w formie zabawowej. Zdarza się, że wykracza poza podstawowe umiejętności ucznia. Nauczyciel prowadząc proces nauczania w takiej formie, uczy uczniów liczenia, przeliczania, sprawdzania wyniku. Gra mobilizuje graczy do skupienia, opanowania, cierpliwości, zapamiętania i stosowania się do zasad gry. Działania nauczyciela mają wpływ na budowanie relacji społecznych, uczą zrozumienia i rozwijania umiejętności komunikowania się. Nauczyciel pełni rolę nadzorującą i kontrolną, a również rozstrzygającą ewentualne spory wynikające z emocji, jakie niesie za sobą wspólna gra.

Gra „Kółko i krzyżyk”, jest grą umysłową rozgrywaną przez dwóch graczy. Gracze stawiają na przemian kółko i krzyżyk dążąc do zajęcia trzech pól w jednej linii. Wygrywa ten z graczy, któremu jako pierwszemu uda się ułożyć trzy znaki w jednej linii.



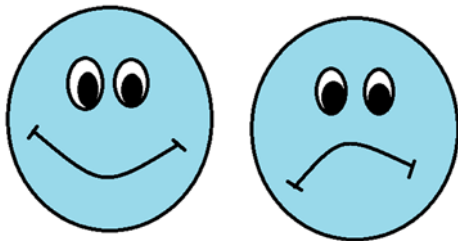
Ilustracja 5. Plansza do gry „Kółko i krzyżyk”; źródło: opracowanie własne



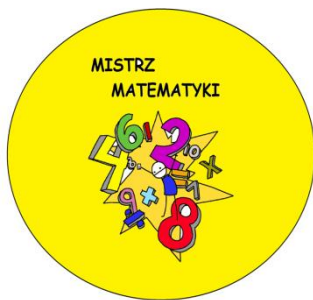
Gra „Kółko i krzyżyk”, jest edukacyjną grą strategiczną. Działanie ucznia jest skierowane na naukę uważnego śledzenia toku gry, obserwowania ruchów przeciwnika i planowania kilku najbliższych kroków naprzód. Jest doskonałą okazją do uczenia, że zwycięstwo nie musi być celem, który trzeba osiągnąć za wszelką cenę. Nauczyciel wskazuje, że istotą nie jest jedynie zwycięstwo jednej ze stron, ale wspólna zabawa, a to rozwija wśród uczniów postawy pomagające radzić sobie nie tylko z wygraną, jak i z porażką. Wskazuje, jak rozwijać właściwe postawy społeczne i postępować zgodnie z zasadami fair play. Uczniowie, którzy dzięki działaniu nauczyciela mają możliwość wykorzystania do nauki matematyki różnego rodzaju gier, uczą się analizować, logicznie myśleć i układać strategię działania.

Rolą nauczyciela jest wyjaśnianie zasad, nadzorowanie, pomoc w zabawie.

Na zakończenie zajęć, następuje ewaluacja z wykorzystaniem buziek oraz wręczenie medalu dla mistrza matematyki.



Ilustracja 6. Buźki ewaluacyjne; źródło: opracowanie własne



Ilustracja 7. Medal „Mistrz matematyki”; źródło opracowanie własne

Zakończenie lekcji w taki sposób to zabawowa forma ewaluacji zajęć, natomiast medal dla ucznia to powód do zadowolenia i dumy z własnych dokonań.



2.2 Matematyczne spotkania w starszych klasach edukacji wczesnoszkolnej

Nauczanie matematyki w klasie trzeciej, jest kontynuacją tego wszystkiego, czego uczniowie nauczyli się w klasie pierwszej i drugiej. To bazowanie na opanowanych wcześniej wiadomościach i rozwijanych umiejętnościach z zakresu matematyki. Uczniowie w dalszym ciągu uczą się dodawać i odejmować liczby, jednak poszerzają zakres liczbowy. Na bazie dodawania wielokrotności danej liczby poznają mnożenie, które w logiczny sposób ułatwia wykonanie obliczenia, bez konieczności wielokrotnego zapisywania tego samego składnika. Znając mnożenie, przechodzą do dzielenia liczb przez mieszczące lub podział.

W dalszym ciągu rozwiązują zadania z treścią, ale znacznie trudniejsze, bardziej rozbudowane, również o podwyższonym stopniu trudności oraz zadania złożone. Dotyczy to również treści z zakresu geometrii, pojęć i umiejętności matematycznych, logicznego myślenia oraz wykorzystywania zdobytej wiedzy i umiejętności w życiu codziennym. W klasie trzeciej poznają zasady dotyczące kolejności wykonywania działań, operują pojęciem liczby, nadal wykorzystują konkret do zrozumienia, wyjaśnienia i ułatwienia rozwiązania zadania. Zasób wiedzy i umiejętności uczniów na tym etapie edukacji matematycznej, pozwala na rozwinięcie się podstawowych umiejętności poznawczych, takich jak: obserwacja, interpretacja, analiza i synteza danych, wnioskowanie, ale również ocenianie i realizowanie zaplanowanych działań. Wprowadzanie kolejnych treści matematycznych zorganizowane jest logicznie, ponieważ wynikają jedno z drugich. Między zagadnieniami są różne związki: nadrzędność i podrzędność. Uczniowie rozwiązując stawiane przed nimi problemy matematyczne, stosują różne strategie, próbują i popełniają błędy. Szukając różnych rozwiązań, uczą się weryfikować prawdziwość otrzymywanych wyników, a dzięki temu stają się poszukiwaczami i odkrywcami.

Rolą nauczyciela w edukacji wczesnoszkolnej, jest rozwijanie u uczniów zdolności do poznawania otaczającej ich rzeczywistości, logicznego rozumowania,

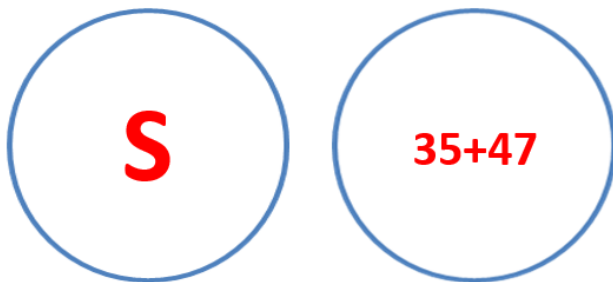


skutecznego wykorzystania różnych procedur i strategii matematycznych, rozwiązywania problemów. Istotne jest zatem, aby działania nauczyciela były nakierowane na cykliczne i spiralne rozwijanie u uczniów kompetencji matematycznych.

Przykłady lekcji matematyki w klasie trzeciej:

- Fragmenty lekcji „Tworzymy gry planszowe”, przeprowadzonej w klasie trzeciej

Wstępem do lekcji jest wykonywanie w pamięci obliczeń matematycznych na dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 100, następnie porządkowanie wyników działań rosnąco. Uporządkowane rosnąco liczby, utworzą hasło wprowadzające do lekcji np.: rewers – litera S, awers – działanie $35+47 = \dots$



Ilustracja 8. Przykładowe działanie arytmetyczne i odpowiadająca mu litera; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry planszowe*.

Tego typu rozpoczęcie lekcji przez nauczyciela, daje wstęp przygotowujący uczniów do wykonywania obliczeń matematycznych w dalszym przebiegu lekcji, a zarazem jest wprowadzeniem do tematu lekcji. Tego rodzaju działanie angażuje większą grupę uczniów, dając szansę na wykazanie się swoimi umiejętnościami i zachęca do wzięcia udziału w zabawie matematycznej.

Pierwszym zadaniem uczniów jest odliczanie do 4 i zajmowanie miejsc przy stolikach z podziałem na grupy. Nauczyciel omawia z uczniami elementy konieczne do stworzenia gry planszowej: tytuł, początek, koniec, instrukcję oraz działania na dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 100, a także kostkę i pionki do gry. Przekazuje kartki z napisem: Dodawanie w zakresie 100 i Odejmowanie w zakresie 100, dla grupy.



DODAWANIE
W ZAKRESIE 100

ODEJMOWANIE
W ZAKRESIE 100

Ilustracja 9. Karty z zakresem działań; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry planszowe*.

Następnie nauczyciel przedstawia prezentację ilustrującą kolejne czynności tworzenia gry planszowej.

Jak zrobić grę planszową?



slajd 1

Typ gry

**MATEMATYCZNA
GRA PLANSZOWA**

slajd 2

Od czego zacząć?

- Jeśli graczy jest więcej warto podzielić się tworzeniem planszy, my na początek podzieliliśmy się na grupy.
- Wyznaczcie początek i koniec drogi. To, jaką drogę ułożycie na planszy, jakie pola zrobicie, jakie kształty pól, to już efekt waszej kreatywności.
- Wybierzcie lidera w grupie i podzielcie prace między sobą.

slajd 3



Materialy:

- na planszę warto mieć twardą podstawę, fakturę, karton, brystol, przyda się np pudełko po pizzy. Do tego wszelkie kraftowe dodatki, „skarby” zbierane np jesienią, dodatki krawieckie, materiały plastyczne, mazaki, kredki, klej, taśmy, plastelina.

slajd 4

Pomyślcie o :

- **temacie gry** (ulubieni bohaterowie, postaci z książek, życie codzienne – np. gotowanie, zbieranie owoców, sprzątanie, wyścigi, mecz, itd; tematem może być święto, hobby lub problem do przegadania, wspólnego rozwiązania), musi zawierać działania matematyczne, które wylosowaliście.
- **sposobie grania:** na wyścigi (od startu do mety), na punkty, na czas, rozwiązywanie zagadek, wykonywanie konkretnego zadania wspólnie jako jedna drużyna. Czy gra będzie odtwórcza wg stworzonych reguł, czy może twórcza – będziecie pisać jej przebieg i historię za każdym razem od nowa.

slajd 5

Przykłady gier planszowych:



slajd 6



slajd 7



slajd 8

Gra powinna:

- Być wizualnie atrakcyjna,
- Mieć jasno sprecyzowane reguły,
- Uczyć czegoś przy okazji zabawy,
- Być zgodna z zasadami wychowania.

slajd 9

Reguły gry- instrukcja

- Gdy gra jest już gotowa to przychodzi czas na...
instrukcję
- Tak, dopiero w ostatnim kroku piszemy
instrukcję!

slajd 10

Bierzcie się do pracy!
POWODZENIA

Autor prezentacji:
Beata Niepiekło-Bąk

slajd 11

Prezentacja 1. Etapy tworzenia gry planszowej; źródło: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Jak zrobić grę planszową?*, scenariusz lekcji, *Tworzymy gry planszowe*.



W kolejnym kroku, nauczyciel proponuje uzupełnienie mapy myśli, która uruchamia burzę mózgów na temat tworzenia w grupie własnej gry planszowej.



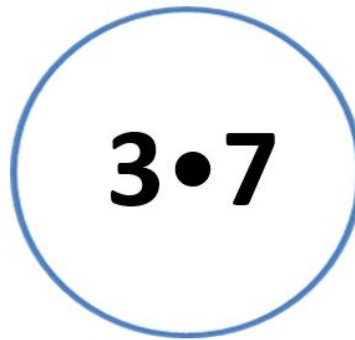
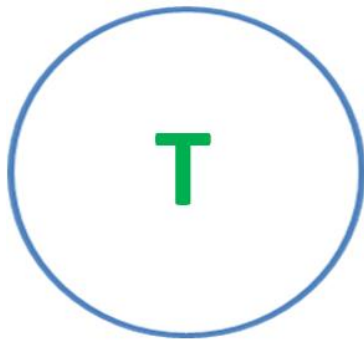
Ilustracja 10. Mapa myśli do tworzenia gier planszowych; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry planszowe*.

Efektem wspólnej pracy jest granie w stworzoną przez grupę grę planszową, dzięki której uczniowie utrwalają dodawanie i odejmowanie liczb w zakresie 100. Lekcje matematyki, na których uczniowie tworzą własną grę planszową, dają szereg możliwości do kreatywnego tworzenia, działania we współpracy, wspólnej zabawy, wyzwiania emocji podczas tworzenia, a następnie praktycznego wykorzystania z efektów swojej pracy. Tworząc własną grę planszową uczniowie uczą się współdziałania zespołowego, odpowiedzialności za siebie i grupę. Bawiąc się, powtarzają dany zakres materiału, rozwijają swoje umiejętności matematyczne, nabywają sprawności w wykonywaniu działań matematycznych. Podczas pracy wyzwalają swoje emocje, uczą się zasad i z nich korzystają. Rolą nauczyciela jest wprowadzenie uczniów w arkana tworzenia gry planszowej, naprowadzania na właściwy tok rozumowania, kierowanie, wspieranie, doradzanie oraz czuwanie nad prawidłowym przebiegiem gry, zgodnie z ustalonymi przez uczniów zasadami.



- Fragmenty lekcji „Tworzymy gry karciane Memory”, przeprowadzonej w klasie trzeciej

Wstępem do lekcji jest wykonywanie w pamięci obliczeń matematycznych na mnożenie i dzielenie liczb w zakresie 100, np. $3 \cdot 7 = \dots$, $35 : 5 = \dots$, itp., następnie porządkowanie wyników działań malejąco, w efekcie czego powstanie hasło, będące wprowadzeniem do lekcji.



Ilustracja 11. Przykładowe działanie arytmetyczne i odpowiadająca mu litera; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory*.

To kolejny przykład wprowadzenia do tematu lekcji, który angażuje grupę uczniów do wykonywania matematycznych działań w pamięci. W tym przypadku jest to tabliczka mnożenia w zakresie 100, przy której uczniowie chętnie dzielą się swoimi umiejętnościami w tym zakresie.

Zadaniem uczniów jest wylosowanie kartki spośród podanych pojęć matematycznych: czynniki, iloczyn, dzielnia, dzielnik, iloraz i zajęcie miejsca przy stolikach z takimi nazwami.



CZYNNIKI

ILOCZYN

DZIELNA

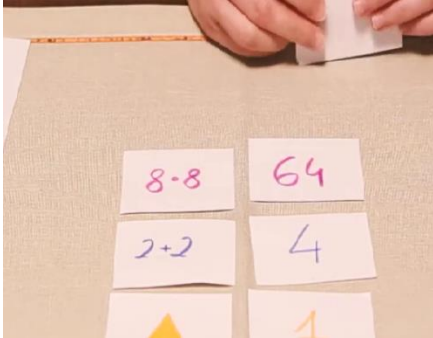
DZIELNIK

IŁORAZ

Ilustracja 12. Tabliczki z pojęciami matematycznymi; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory*.



W kolejnym etapie lekcji, nauczyciel prezentuje film, z którego uczniowie zapoznają się z etapami tworzenia gry Memory.



Ilustracja 13 Etapy tworzenia gry karcianej Memory; źródło: dostępne w: <https://www.youtube.com/watch?v=iD4csyqRPgw> [Dostęp: 20.01.2022].

Następnie uczniowie zapoznają się z przykładami gotowych gier Memory.

6×4	9×6	54	18
42	7×6	5×4	12
24	20	6×3	4×3

Ilustracja 14. Przykładowe kafelki do gry Memory; źródło: dostępne w: <https://www.superbelfrzy.edu.pl/category/gry-edukacyjne/matematyczne/> [Dostęp: 20.01.2022].

Losując tabliczkę z pojęciem: czynniki, iloczyn, dzielna, dzielnik, iloraz, uczniowie utrwalają znaczenie pojęć matematycznych, a jednocześnie bawią się i dzielą na poszczególne zespoły zadaniowe. Wykorzystanie do tematu krótkiego filmu instruktażowego daje możliwość wyjaśnienia uczniom, w jaki sposób mogą wykonać określone zadanie na lekcji. Jest wskazówką do pracy i szerszego spojrzenia na sposób wykonania zadania, a jednocześnie uatrakcyjnieniem lekcji. *Po zapoznaniu się z etapami pracy nad tworzeniem gry Memory, uczniowie pracują w grupach nad stworzeniem Mapy myśli, będącej burzą mózgow całego zespołu.*



Ilustracja 15. Mapa myśli do tworzenia gier karcianych Memory; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory*.

W dalszym przebiegu lekcji, uczniowie przystępują do wykonywania elementów gry: tworzą kafelki z przykładami działań na mnożenie i dzielenie liczb w zakresie 100 i wynikami tych działań, ustalają zasady gry. Praca polega na stworzeniu 24 kafelków z działaniami i 24 kafelków z wynikami tych działań. Rodzaj zadań dla grupy zostaje przydzielony losowo: Mnożenie w zakresie 100 lub Dzielenie w zakresie 100. Uczniowie otrzymują również planszę z tabliczką mnożenia w zakresie 100.



Ilustracja 16. Karty z zakresem działań; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory*.



$1 \times 1 = 1$ $2 \times 1 = 2$ $3 \times 1 = 3$ $4 \times 1 = 4$ $5 \times 1 = 5$ $6 \times 1 = 6$ $7 \times 1 = 7$ $8 \times 1 = 8$ $9 \times 1 = 9$ $10 \times 1 = 10$ $11 \times 1 = 11$ $12 \times 1 = 12$	$1 \times 2 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $3 \times 2 = 6$ $4 \times 2 = 8$ $5 \times 2 = 10$ $6 \times 2 = 12$ $7 \times 2 = 14$ $8 \times 2 = 16$ $9 \times 2 = 18$ $10 \times 2 = 20$ $11 \times 2 = 22$ $12 \times 2 = 24$	$1 \times 3 = 3$ $2 \times 3 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $4 \times 3 = 12$ $5 \times 3 = 15$ $6 \times 3 = 18$ $7 \times 3 = 21$ $8 \times 3 = 24$ $9 \times 3 = 27$ $10 \times 3 = 30$ $11 \times 3 = 33$ $12 \times 3 = 36$	$1 \times 4 = 4$ $2 \times 4 = 8$ $3 \times 4 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $5 \times 4 = 20$ $6 \times 4 = 24$ $7 \times 4 = 28$ $8 \times 4 = 32$ $9 \times 4 = 36$ $10 \times 4 = 40$ $11 \times 4 = 44$ $12 \times 4 = 48$
$1 \times 5 = 5$ $2 \times 5 = 10$ $3 \times 5 = 15$ $4 \times 5 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $6 \times 5 = 30$ $7 \times 5 = 35$ $8 \times 5 = 40$ $9 \times 5 = 45$ $10 \times 5 = 50$ $11 \times 5 = 55$ $12 \times 5 = 60$	$1 \times 6 = 6$ $2 \times 6 = 12$ $3 \times 6 = 18$ $4 \times 6 = 24$ $5 \times 6 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $7 \times 6 = 42$ $8 \times 6 = 48$ $9 \times 6 = 54$ $10 \times 6 = 60$ $11 \times 6 = 66$ $12 \times 6 = 72$	$1 \times 7 = 7$ $2 \times 7 = 14$ $3 \times 7 = 21$ $4 \times 7 = 28$ $5 \times 7 = 35$ $6 \times 7 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $8 \times 7 = 56$ $9 \times 7 = 63$ $10 \times 7 = 70$ $11 \times 7 = 77$ $12 \times 7 = 84$	$1 \times 8 = 8$ $2 \times 8 = 16$ $3 \times 8 = 24$ $4 \times 8 = 32$ $5 \times 8 = 40$ $6 \times 8 = 48$ $7 \times 8 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $9 \times 8 = 72$ $10 \times 8 = 80$ $11 \times 8 = 88$ $12 \times 8 = 96$
$1 \times 9 = 9$ $2 \times 9 = 18$ $3 \times 9 = 27$ $4 \times 9 = 36$ $5 \times 9 = 45$ $6 \times 9 = 54$ $7 \times 9 = 63$ $8 \times 9 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $10 \times 9 = 90$ $11 \times 9 = 99$ $12 \times 9 = 108$	$1 \times 10 = 10$ $2 \times 10 = 20$ $3 \times 10 = 30$ $4 \times 10 = 40$ $5 \times 10 = 50$ $6 \times 10 = 60$ $7 \times 10 = 70$ $8 \times 10 = 80$ $9 \times 10 = 90$ $10 \times 10 = 100$ $11 \times 10 = 110$ $12 \times 10 = 120$	$1 \times 11 = 11$ $2 \times 11 = 22$ $3 \times 11 = 33$ $4 \times 11 = 44$ $5 \times 11 = 55$ $6 \times 11 = 66$ $7 \times 11 = 77$ $8 \times 11 = 88$ $9 \times 11 = 99$ $10 \times 11 = 110$ $11 \times 11 = 121$ $12 \times 11 = 132$	$1 \times 12 = 12$ $2 \times 12 = 24$ $3 \times 12 = 36$ $4 \times 12 = 48$ $5 \times 12 = 60$ $6 \times 12 = 72$ $7 \times 12 = 84$ $8 \times 12 = 96$ $9 \times 12 = 108$ $10 \times 12 = 120$ $11 \times 12 = 132$ $12 \times 12 = 144$

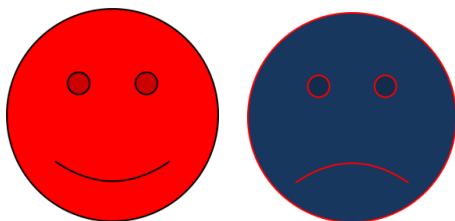
twinkl

Ilustracja 17. Plansza z tabliczką mnożenia w zakresie 100; źródło: opracowanie własne na podstawie: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory*. Dostępne w: <https://www.bing.com/images/> [Dostęp: 27.01.2022].

Jest to przykład kolejnej lekcji matematyki, na której uczniowie pracując w grupach, samodzielnie przygotowują grę karcianą Memory. Bawiąc się, współdziałają, a zarazem uczą się i utrwalają tabliczkę mnożenia w zakresie 100. Wyzwalają swoją kreatywność i pomysłowość, rozbudzają zainteresowania, poszerzają wiedzę, tworząc grę, którą wykorzystają do wspólnej zabawy. Uczą się zachowań społecznych, zasad gry, które należy respektować i wyzwalają swoje pozytywne emocje.

Rola nauczyciela sprowadza się do kierowania, nadzorowania, wspierania, doradzania i kontroli poprawności wykonywanych zadań, a także czuwania nad prawidłowością przebiegu gry w zespołach.

Do ewaluacji lekcji służą emotki, dzięki którym w zabawowy sposób, uczniowie wyrażają swoje opinie na temat lekcji.



Ilustracja 18. Emotki ewaluacyjne; źródło: Niepiekło-Bąk, B., (2021), *Tworzymy gry karciane Memory-scenariusz lekcji*.



- Fragmenty lekcji „Kształty, zbiory i kolory”, przeprowadzonej w klasie trzeciej
Uczniowie poznają cel lekcji i NACOBZU:

Cel: Dowiesz się do czego jest przydatna w życiu umiejętność porządkowania przedmiotów i obliczania obwodów figur.

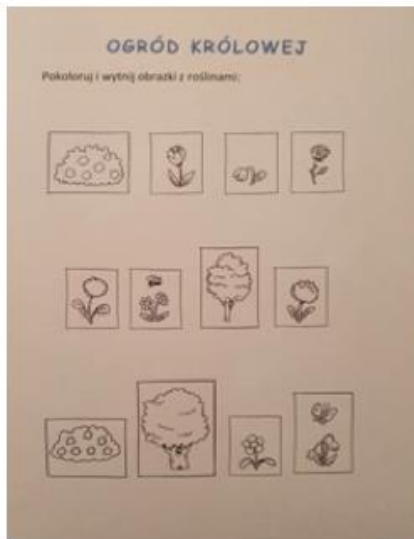
„NACOBZU”:

- *odgadniesz hasło zajęć,*
- *poznasz autora i fragment jego książki,*
- *nauczysz się porządkować otoczenie,*
- *obliczysz obwód prostokąta,*
- *rozwiążesz zadania tekstowe,*
- *zabawisz się z kodowaniem,*
- *wykonasz pracę plastyczną.*

Wstępem do lekcji jest uporządkowanie przez uczniów znaków rzymskich od I do XII i odwróceniu kart, w wyniku czego powstanie hasło wprowadzające do zajęć: PORZĄDKI.

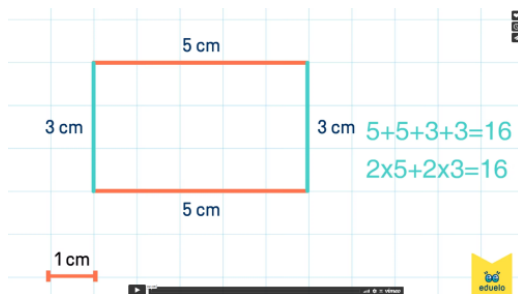


Ilustracja 19. Przykładowe litery i odpowiadające im znaki rzymskie; źródło: opracowanie własne na podstawie: Urbaniak, R., (2021), Kształty, zbiory i kolory – scenariusz lekcji *Po wysłuchaniu fragmentu książki pt. „Alicja w Krainie Czarów” Lewisa Carrolla, uczniowie w grupach porządkują Ogród Królowej przy pomocy pokolorowanych i wyciętych sylwet roślin, według ustalonego w grupie porządku. Następnie odmierzają i obliczają ilość siatki potrzebnej do ogrodzenia Ogrodu Królowej, z uwzględnieniem podanej szerokości bramy wejściowej. Rozwiązują zadanie z treściq.*



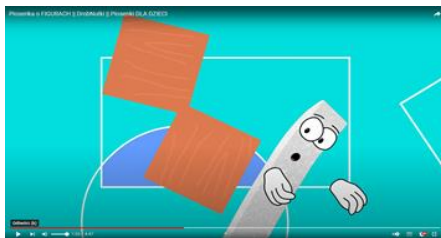
Ilustracja 20. Sylwetki roślin i karta z ogrodem; źródło: dostępne w: <https://uniwersytetdzieci.pl>, [Dostęp: 04.12.2021].

Następnie uczniowie oglądają prezentację multimedialną, dzięki której powtarzają i utrwalają wiadomości i umiejętności obliczania obwodów figur geometrycznych.



Ilustracja 21. Kadr prezentacji - Obliczanie obwodu prostych figur geometrycznych; źródło: dostępne w: <https://www.youtube.com/watch?v=KDycpaB-uGI>, [Dostęp: 01.12.2021].

Uczniowie oglądają i słuchają piosenki, prezentującej w sposób zabawny figury geometryczne i ich miejsce w otoczeniu.



Ilustracja 22. Kadr z piosenki o prostych figurach geometrycznych; źródło: dostępne w: <https://www.youtube.com/watch?v=Lv-1s65cgJM>, [Dostęp: 01.12.2021].



W toku lekcji na korytarzu szkolnym, uczniowie wykonują ćwiczenia ruchowe w oparciu o zakodowany tor przeszkód, na bazie figur geometrycznych ułożonych na podłodze.



Jeden obrót wokół własnej osi



Trzy przysiady



Cztery pajacyki



Dwa skłony i dwa podskoki

Ilustracja 23. Zakodowane figury geometryczne; źródło: Urbaniak, R., (2021), Kształty, zbiory i kolory – scenariusz lekcji.

Po powrocie do sali lekcyjnej, uczniowie porządkują w grupach zestaw figur geometrycznych, według ustalonego wspólnie warunku, uzasadniają swój wybór, a następnie wspólnie wykonują pracę plastyczną wykorzystując wybraną przez grupę zasadę: rytm lub symetria.

Ewaluacja zajęć jest przeprowadzona w taki sposób, że uczniowie wypowiadają po udzieleniu poprawnego wyniku tabliczki mnożenia w zakresie 100, uzupełniając zdania na interaktywnych kartach w formie multimedialnej prezentacji.



Ilustracja 24. Kadr prezentacji - karty ewaluacyjne; źródło: dostępne w: <https://wordwall.net/pl/resource/26375589/ewaluacja-zaj%C4%99%C4%87>, [Dostęp: 04.12.2021].



Na kolejnej lekcji przeprowadzonej w klasie trzeciej, uczniowie rozwijają swoje umiejętności i poszerzają wiadomości matematyczne. Utrwalają znaki rzymskie, odmierzają odcinki, obliczają obwód prostokąta, rozwiązują zadanie z treścią, rozpoznają figury geometryczne w otoczeniu, segregują elementy, odkodują, utrwalają pojęcia matematyczne. Połączenie kilku aktywności, daje możliwość uczenia się przez zabawę, a jednocześnie powtarzania, utrwalania i zapamiętywania ważnych informacji. Podczas śpiewania i wspólnej zabawy przy piosence, uczniowie mają możliwość ruchu, zmiany pozycji ciała i odprężenia. Rolą nauczyciela jest kierowanie lekcją, wspieranie uczniów, naprowadzanie na właściwy tok myślowy i nadzorowanie poprawności wykonywania poleceń.



3. WPŁYW INNOWACYJNYCH DZIAŁAŃ NAUCZYCIELI EDUKACJI Wczesnoszkolnej NA PROCES DYDAKTYCZNY

3.1 Zabawy i gry dydaktyczne w edukacji matematycznej

Termin zabawa w dzieciństwie określa doświadczenie dziecięce, które przebiega zawsze „po raz pierwszy”, nawet gdy dziecko powtarza temat czy treść. Takie jej rozumienie wyznacza spontaniczność (która jest niepowtarzalna), samorzutność. Jeśli zabawa to stan duszy, każdorazowo jest to nowy, inny, pojedynczy stan³⁰.

W ujęciu specjalistów z różnych dziedzin, zabawa kojarzy się ludziom z takimi określeniami jak: radość, śmiech, spontaniczność, dobrowolność, płynność, badanie, przyjemność, wyścigi, rozrywka, odpoczynek.

Według Arystotelesa zabawa traktowana jest jako przejaw biologicznych potrzeb dziecka.

Następujące właściwości określają zabawę:

- jasność,
- wzniosłość,
- piękność,
- dobitność,
- prawdziwość,
- potęga.

Wszystkie te cechy łączą: wyobraźnia, naśladownictwo i twórczość.

Do najczęściej wyróżnianych cech zabawy możemy zaliczyć:

- oryginalność,
- ponadprzestrzenność,
- ponadczasowość,
- spontaniczność.

30 Pilch T. (red.), Encyklopedia Pedagogiczna XXI wieku Żak, T. VII, Warszawa 2008, s. 643.



Do celów wyłącznie pojęciowych można wyróżnić trzy podstawowe w dzieciństwie funkcje zabawy:

- profilaktyczną – zapobiega deformacjom, ograniczeniom, wykluczeniom; dzieci same podejmują czynności trudne, rozwijająco – usprawniająco; powinien je podejmować również nauczyciel, przyjmując rolę, czy podsuwając zadania / oferty do wykonania, np. jeśli dziecko ma wyraźne blokady w kontaktach z rówieśnikami, jego zadaniem jest podjąć taką zabawę, która może pokazać ważność dziecka,
- kompensacyjną – pozwala wyrównywać niepowodzenia w jednych zakresach przez podejmowanie / przenoszenie działania na inny temat, inne treści; pozwala także wyrównywać niedobory emocjonalne wynikające z nieprawidłowych relacji w rodzinie, czy społeczne powstające z powodu nieumiejętności nawiązywania kontaktów;
- terapeutyczną – przede wszystkim rozładowuje napięcie powstałe w różnych sytuacjach i kontekstach, ale także umożliwia sprawdzenie swojej mocy, korygowanie zachowań niepopularnych, niepoprawnych³¹.

Gra dydaktyczna – zakłada rozbudzenie aktywności ucznia i samodzielne rozwiązywanie przez niego postawionego problemu w sytuacji wystąpienia lub braku niezbędnej wiedzy. Gry dydaktyczne cieszą się dużą popularnością, ponieważ pozwalają na zaspokojenie potrzeby sukcesu, osiągnięć i samorealizacji³².

W grze dydaktycznej chodzi o to, że uczeń najpierw wypracowuje pewne umiejętności, a następnie dochodzi do wiedzy. Na tej drodze uczeń pozyskuje wiedzę.

W. Okoń uważa, że głównym celem gry jest kształcenie i prowadzi do osiągnięcia celów dydaktyczno – wychowawczych.

31 Tamże, s. 649 – 650.

32 Pilch T. (red.), Encyklopedia Pedagogiczna XXI wieku Żak, T. II, Warszawa 2003, s. 94.



Grę dydaktyczną traktuje się jako formę zabawy z określonymi regułami.

Jest podejmowana przez ucznia chętnie i stanowi dla niego przyjemność.

Ponadto gry dydaktyczne odznaczają się następującymi właściwościami:

- liczba graczy jest z góry ustalona,
- gracze dążą do osiągnięcia swych celów,
- reguły gry stanowią strukturę działania i ich porządek,
- reguły gry określają zakres i rodzaj uprawnionych czynności,
- reguły gry ograniczają w czasie i przestrzeni działania grających,
- reguły gry określają czasowe zawieszenie niektórych zwykłych działań życiowych oraz zasad zachowania, a w ich miejsce wprowadzają zasady ograniczone do danego czasu i przestrzeni³³.

Okazuje się, że gry dydaktyczne są głównie wykorzystywane w nauczaniu matematyki, ale mogą być także stosowane do nauczania innych przedmiotów.

Obecnie ten rodzaj pracy z dziećmi staje się coraz bardziej popularny. Są one dostosowane do wieku danej osoby oraz wykazują różne stopnie trudności.

W. Okoń podzielił gry na następujące rodzaje:

- zabawy inscenizacyjne,
- gry symulacyjne,
- gry logiczne.

Natomiast K. Kruszewski do gier dydaktycznych zalicza również: metodę stymulacyjną oraz burzę mózgów.

Zabawy i gry matematyczne służą do aktywizacji uczniów na zajęciach. Metody te są efektywne i motywują do dalszego wysiłku oraz pokonywania pojawiających się przeszkód. Celem takiego systemu pracy jest również ukształtowanie w uczniu kreatywności, zdolności do podejmowania decyzji i umiejętności pracy w zespole.

³³ Tamże s. 94.



Gry i zabawy matematyczne mają na celu:

- aktywność uczniów na zajęciach,
- zaangażowanie w proces dydaktyczny,
- rozwój myślenia logicznego u dzieci,
- włożenie wysiłku w podjętą pracę,
- doprowadzenie pracy do końca,
- rozbudzanie ciekawości matematycznej,
- wyrabianie umiejętności spostrzegania,
- uczyć dociekliwości i precyzji,
- kształtowanie postaw twórczych.

Poprzez tego typu działania podjęte na zajęciach edukacyjnych możemy odkryć, że nauka wcale nie jest nudna ani trudna, a może natomiast okazać się ciekawą przygodą.

Charakterystyczną cechą gier i zabaw dydaktycznych jest wysiłek umysłowy i możliwość samokontroli (wygrać – znaczy wykonać poprawnie). Gry rozwijają w dzieciach pomysłowość, używanie ścisłej i zrozumiałej technologii, a także wymagają wysiłku i działania według planu. Przestrzeganie reguł często wymusza podporządkowanie swoich interesów interesom grupy. Trzeba jednak pamiętać, że pomimo tylu zalet gry i zabawy dydaktyczne nie mogą być jedynym sposobem kształtowania pojęć matematycznych³⁴.

Gry i zabawy dydaktyczne mają na celu:

- wprowadzenie do nowego tematu zajęć,
- ćwiczenie techniki rachunkowej,
- utrwalanie i powtarzanie materiału,
- rozumienie i umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych,
- stosowanie w sytuacjach codziennych niektórych pojęć geometrycznych,
- doskonalenie umiejętności praktycznych,

34 K. Wojciechowska, *Gry i zabawy matematyczne dla uczniów klas 1-3 szkoły podstawowej*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole, 2011, s. 5.



- kształtowanie pojęcia liczby.

Aby przeprowadzić gry lub zabawy dydaktyczne na zajęciach edukacyjnych, nauczyciel musi przygotować się do takiej pracy. Należy zaplanować cel jaki planujemy osiągnąć, a następnie metody pracy. Dobrac należy również niezbędne środki dydaktyczne. Wspomniane materiały do pracy na zajęciach są dostępne w szkole lub nauczyciel przygotowuje potrzebne mu narzędzia pracy. Na zajęciach edukacyjnych uczniowie zostają zapoznani z regułami dotyczącymi wybranej czynności. Uczniowie muszą być już wyposażeni w pewien zasób wiedzy oraz umiejętności. Pracując z uczniami możemy zmieniać miejsce zajęć. Można przeprowadzić zajęcia na korytarzu, na schodach lub boisku. Wówczas nasza nauka będzie polegała na powtarzaniu i utrwalaniu wiedzy matematycznej w ruchu.

Możemy tę metodę pracy wykorzystać na zajęciach edukacyjnych, na zajęciach dydaktyczno-wyrównawczych, zajęciach dodatkowych (np. koło matematyczne) oraz w domu. Aby wykorzystać gry i zabawy dydaktyczne również w domu można zmodyfikować zasady, dostosować środki dydaktyczne do możliwości, które mamy w domu.

Aby skorzystać z tej metody pracy możemy skorzystać z różnych pozycji książkowych, poradników np.:

- „Gry i zabawy matematyczne dla uczniów klas 1-3 szkoły podstawowej” K. Wojciechowska,
- „Matematyka dla naszych dzieci, nietypowe gry i zabawy matematyczne” M. Pisarski,
- „Kształtowanie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej” J. Nowak,
- „Rodzinna matematyka. Łamigłówki, które rozwijają i bawią” K. Łyczek,
- „Gry matematyczne (nie tylko) dla klas 1-3.” M. Dąbrowski.

Ucząc się matematyki, uczniowie powinni rozwiązywać takie zadania, w których będą mogli zaspokoić swoją naturalną ciekawość i korzystać z własnych doświadczeń oraz wiedzy o świecie. Nauczyciel chcąc ulepszyć swoje



metody nauczania, powinien pozwolić uczniom zdobywać nowe wiadomości i umiejętności sposobami dostosowanymi do ich potrzeb i możliwości. Trzeba im pozwolić korzystać z własnej wiedzy i z własnych sposobów komunikowania się. Wówczas ich praca przyniesie dobre efekty, a uczenie się matematyki będzie dla nich równie ciekawe i zajmujące, jak zabawa, oglądanie telewizji lub gry komputerowe³⁵.

Aby uzyskać podczas pracy z dzieckiem efektywne nauczanie, należy dać możliwość aktywnego udziału (zabawa, doświadczanie, konkretne czynności). W konstruowaniu wiedzy matematycznej pomaga dzieciom manipulowanie na przedmiotach. Ważna jest również atmosfera dobrej zabawy, jak również poczucie sukcesu, satysfakcji z podjętych działań. Należy poprzez różne metody pracy przekonać dziecko, że nauka jest interesująca i zabawna. Każde dziecko może i powinno uczyć się matematyki przez świadome manipulowanie konkretnymi przedmiotami w odpowiednio opracowanych ćwiczeniach i w warunkach sprzyjających efektywnej pracy umysłu³⁶. Korzystając na zajęciach z gier lub zabaw dydaktycznym, łączymy przyjemne z pożytecznym.

3.2 Efekty innowacyjnych rozwiązań na lekcjach matematyki w edukacji wczesnoszkolnej

Wykorzystywanie innowacyjnych rozwiązań do pracy z uczniami edukacji wczesnoszkolnej, to krok do sukcesu, do osiągnięcia celu, jakim jest opanowanie przez uczniów wielu istotnych umiejętności matematycznych. Zaproponowane sposoby pracy z uczniami, okazały się kluczem do rozbudzenia zainteresowań matematycznych i uświadomienie uczniom, że matematyka nie jest trudna, a wręcz fascynująca i daje szereg możliwości zrozumienia otaczającego ich świata. Oczywiście, nie ma możliwości uczenia się matematyki, bez napotykania na trudności, bez konieczności podejmowania wysiłku, bez prób i popełniania

35 M. Pisarski, *Matematyka dla naszych dzieci nietypowe gry i zabawy matematyczne*, Opole, 2011, Wyd. NOWIK Sp. j., s. 9 - 10.

36 Tamże, s. 11.



błędów oraz szukania rozwiązań. Wykorzystywanie innowacyjnych rozwiązań na lekcjach matematyki, umożliwiło uczniom rozwinięcie swojej sprawności umysłowej, wykorzystanie zdobytej wiedzy i umiejętności praktycznych. Tego typu działania pozwoliły uczniom na rozwiązywanie problemów matematycznych w sposób twórczy, dając możliwość na kreatywne podejście do zagadnień. Nowatorskie i ciekawe podejście do zagadnień z dziedziny matematyki, umożliwiły aktywizację wszystkich uczniów, pomoc w pokonywaniu trudności oraz dostrzeżenie przez nich własnej wartości. Takie oddziaływania, to moment na nietuzinkowe podejście do problemów stawianych uczniom do rozwiązania, na pomysł, na własną aktywność, możliwość zaprezentowania siebie. Poprzez tego typu działania, nauczyciele umożliwili uczniom osiągnięcie zamierzonego celu w interesujący sposób, do doskonalenia samych siebie i realizacji własnych pomysłów i rozwiązań. Taki proces mógł się odbywać dzięki właściwie dobranym metodom i formom pracy, które zmobilizowały uczniów do twórczego, ale i odtwórczego działania, do podejmowania wysiłku w dążeniu do osiągnięcia celu. Zastosowanie na lekcjach przez nauczycieli metod i form zabawowych, różnorodnych gier matematycznych, łamigłówek matematycznych i logicznych, łączenie wielu aktywności, wplatanie elementów współzawodnictwa, pracy w grupach, wykorzystanie nowych technologii, okazały się świetnym sposobem na aktywizację matematyczną uczniów, ich kształcenie i samokształcenie oraz aktywną współpracę.

Ciekawym rozwiązaniem na wstępie, okazało się przedstawienie uczniom celów, jaki mają osiągnąć podczas prezentowanej lekcji. Najlepszym przykładem tego typu działań jest NACOBZU w ocenianiu kształtującym. Jeśli uczniowie stali się świadomi celu, który mają osiągnąć, jeśli dowiedzieli się, jakie będą kolejne etapy ich działalności, jeśli zrozumieli do czego mogą wykorzystać swoje wiadomości i umiejętności zdobyte i osiągnięte podczas lekcji, wówczas ich praca dała lepsze efekty. Kolejnym zauważalnym pozytywnym efektem w procesie dydaktycznym, dało uczniom uporządkowane i systematyczne podejście do realizacji materiału dydaktycznego, jego cykliczna powtarzalność. Przykładem



powtarzalnych wzorców rozpoczynających lekcje, było odgadywanie haseł wprowadzających do lekcji, co uświadomiło uczniom czym będą się zajmować na danej lekcji matematyki, nad czym będą pracować. Ważnym aspektem był również fakt, iż podczas lekcji, nauczyciele przygotowali, a wreszcie realizowali proces edukacyjny w taki sposób, by spowodował on rozwijanie umiejętności logicznego myślenia, kształtowanie postaw twórczych, rozwijanie umiejętności wykonywania działań arytmetycznych, kształtowanie wyobraźni geometrycznej, rozwijanie świadomości praktycznego wykorzystania zdobytych wiadomości i umiejętności. Ważnym było również oddziaływanie nauczyciela w toku lekcji w taki sposób, aby uczniowie poznali nowoczesne metody pracy na lekcji oraz poszerzali wiedzę w oparciu o programy komputerowe i nowoczesne technologie informatyczne. Przygotowanie i przeprowadzenie lekcji matematyki w oparciu o wszelkiego rodzaju działania uczniów umożliwiające im manipulowanie, a więc pracę na konkretach, bazowanie na przyborach, czy gotowych elementach, wpłynęło nie tylko na poprawę atrakcyjności lekcji, ale także ułatwiło zrozumienie danego tematu, przyswojenie danej informacji, którą nauczyciel przekazywał uczniom.

Począwszy od klasy pierwszej, dzięki lekcjom umożliwiającym uczenie się matematyki poprzez manipulowanie sylwetami, elementami do wycinania, poprzez kolorowanie, klejenie, rysowanie czy wykonywanie różnorodnych operacji matematycznych w czasie wspólnej zabawy, spowodowało osiągnięcie założonych celów lekcji. Wspólna zabawa w samodzielne tworzenie gier planszowych i karcianych Memory, a w efekcie gra w grupach i możliwość współzawodnictwa, oprócz świetnej zabawy, dała możliwość nauki, przeliczania, budowania strategii i przeżywania wspólnoty. Duża aktywność twórcza, przeżywanie emocji, budowanie więzi przyczyniła się ewidentnie do uczenia się przez zabawę, ale uczenia się nie tylko matematyki. Wykorzystanie gier i zabaw na lekcjach matematyki umożliwiły uczniom rozwijanie umiejętności i zainteresowań matematycznych, ich aktywności twórczej, pełniło rolę terapeutyczną, wpłynęło na procesy poznawcze i umysłowe oraz rozwój sfery



motywacji i potrzeb. Tworzenie mapy myśli w formie słoneczka, dało możliwość wykorzystania tzw. „burzy mózgów”, „giełdy pomysłów”, „jarmarku pomysłów”, w której każdy uczeń mógł przedstawić swój pomysł do wykonania konkretnego zadania. To nie tylko nauka przez zabawę, ale i przyswajanie wiedzy w atrakcyjnej formie oraz skuteczniejsze utrwalenie wiedzy i umiejętności.

Atrakcyjną formą do doskonalenia umiejętności matematycznych uczniów okazała się wykorzystywana podczas lekcji praca w parach i grupach. Wspólne działanie poprzez pracę w grupach, to doskonały moment na rozwijanie kompetencji społecznych, to zdobywanie umiejętności prawidłowej współpracy z członkami grupy. Dzięki takiej formie pracy, uczniowie nauczyli się tolerancji i różnorodności jej członków. Dzielili się zadaniami, prowadzili dialogi, wzajemnie pomagali sobie, stali się odpowiedzialni za siebie i grupę, uczyli się sztuki kompromisu, szacunku do pomysłów innych i trzymania się ustalonych zasad. Jednocześnie uczyli się tworzenia czegoś wspólnie, dla siebie i innych, a także uczciwego współzawodnictwa i wspólnej zabawy. W czasie pracy w grupach, kształtowały się takie cechy jak: inicjatywa, wytrwałość, pomysłowość, wzmacniała odporność emocjonalna w sytuacjach wymagających zwiększonego wysiłku umysłowego, ale również rozwijała się samodzielność w szukaniu i zdobywaniu wiadomości i umiejętności. Podczas wykonywania zadań uczniowie uświadamiali sobie, że mają prawo do popełniania błędów. Sprawdzali poprawność zaproponowanych rozwiązań i je korygowali. W toku działań na lekcjach uczniowie nauczyli się, że grupa rówieśnicza, to środowisko akceptujące i wzajemnie się wspierające, to ważne miejsce dla zniesienia pomyłki lub porażki. W toku pracy w grupach, uczniowie uczyli się sami od siebie oraz współpracowali z dużym zaangażowaniem, wspierając się wzajemnie.

Praca w grupach na lekcjach matematyki, była dużym wyzwaniem dla nauczycieli, ponieważ rola nauczyciela w takim sposobie prowadzenia lekcji musiała ulec zmianie. Istotne było przemyślenie i prawidłowe dobranie zadań do tematów lekcji, przygotowanie materiałów do pracy w grupach, podziału uczniów na zespoły i wreszcie innego niż zwykle, sposobu prowadzenia lekcji.



Dzięki obserwacji pracy uczniów w grupach czy zespołach zadaniowych, nauczyciele otrzymywali wskazówki co udało się uczniom najbardziej, nad czym trzeba jeszcze popracować, jak właściwie organizować przestrzeń podczas pracy grupowej, jak przydzielać zadania itp. Jednocześnie poczynili spostrzeżenia dotyczące zachowania uczniów: kto był liderem grupy, kto był bierny lub mniej aktywny podczas wykonywania zadań, kto i jakie miał trudności, jak uczniowie współpracowali ze sobą, w jaki sposób poradzili sobie w sytuacjach stresowych. To kopalnia wiedzy o uczniach, ale również możliwość indywidualnego podejścia i wspierania ucznia podczas pracy.

Kolejnym przykładem uczenia się podczas zabawy, był tor przeszkód zakodowanych figur geometrycznych. Uczniowie zapamiętali jakie ćwiczenie ruchowe jest przyporządkowane do danej figury geometrycznej. Podczas tego typu zabawy ruchowej, uczniowie bawili się w skupieniu, w celu uniknięcia błędu. Podczas, gdy jeden uczeń wykonywał ćwiczenia, pozostali kontrolowali poprawność wykonywania zakodowanego toru. W momencie popełnienia błędu, uczeń odpadał z zabawy, a więc podlegał ocenie koleżeńskiej. Oprócz zapamiętywania, skoncentrowania, kontrolowania poprawności wykonywanych ćwiczeń i ruchu, uczniowie przeżywali spore emocje.

Na zakończenie każdej lekcji, następowało podsumowanie i ewaluacja. Uczniowie zgodnie określali zrealizowanie celów lekcji i potrafili być krytyczni w swoich ocenach danej lekcji. Wyrażali swoje spostrzeżenia na temat tego czego się nauczyli na lekcji, do czego dane umiejętności będą im przydatne, co było interesujące, co im się podobało a co ich zdaniem było mniej ciekawe. Taki moment na lekcjach jest okazją do wyrażenia własnego zdania i krytycyzmu wobec przebiegu lekcji, ale i doskonałą informacją dla nauczyciela, co należy w przyszłości zmienić, przedstawić inaczej, odrzucić. Różnorodny sposób przeprowadzenia ewaluacji zajęć był także dokonywany w formie zabawowej, np.: przypięcie klamerki do wybranej buźki, przyklejenie magnesu przy karteczce o określonym kolorze (wiem, rozumiem; zazwyczaj



potrafię; muszę jeszcze poćwiczyć), zamieszczenie na tablicy wybranej emotki lub ustne uzupełnianie zdań na interaktywnych kartach.

Każdy zespół klasowy, to różnorodność. Zatem znajdują się w nim uczniowie bardziej lub mniej zdolni, uczniowie bardziej lub mniej pracowici, tacy, którym trzeba pomagać i tacy, którzy dominują podczas lekcji. Nie zabraknie również uczniów bardzo ruchliwych, z deficytami, ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Właśnie dlatego, pracę podczas lekcji należy na tyle różnicować, aby każdy uczeń miał szansę na sukces, na osiągnięcie celu lekcji. Zdolnemu dać szansę rozwoju, u ruchliwego wykorzystać potrzebę ruchu, biernego mobilizować, a mającemu trudności pomagać. To niełatwe zadanie dla nauczyciela, ale jego rolą jest konieczność różnicowania nauczania dla danego zespołu klasowego, dla danego ucznia.

Podczas przeprowadzonych lekcji, nauczyciele opierali się na podstawie programowej i na tej bazie dostosowywali treści nauczania do możliwości uczniów danej klasy, wskazując czego uczniowie muszą się nauczyć, co wiedzieć i w jaki sposób zdobyć te informacje. Różnicowanie to opierało się też na fakcie, że część uczniów już posiadała wiadomości zaplanowane na daną lekcję, część nie wie wszystkiego, a część nie wie nic z danego obszaru tematycznego. Od uczniów, którzy nie posiadali określonego zasobu wiadomości i umiejętności nauczyciele wymagali wykonania zadań na niższym poziomie rozumienia i zapamiętywania. Natomiast od uczniów ze średnim poziomem biegłości mobilizowali do przeanalizowania i wykorzystania podanych treści. Uczniowie o wysokim poziomie biegłości mieli za zadania tworzenie i ocenienie nowych treści. Różnicowanie opierało się na schemacie: Wszyscy muszą, większość powinna, niektórzy mogą.

Proces opanowywania materiału, czyli czynności jakie uczniowie musieli wykonać także był zróżnicowany, dlatego uczniowie potrzebowali różnego wsparcia ze strony nauczyciela, różnych aktywności, pomocy, ilości kontaktów z nauczycielem w trakcie pracy na lekcjach. Końcowy efekt pracy uczniów również był zróżnicowany, gdyż zależał on od zrozumienia i opanowania przez



uczniów danej partii materiału oraz wcześniej zdobytej i opanowanej wiedzy. Zróżnicowane także było środowisko uczenia się na lekcji, ze względu na miejsce, grupę i uczniów, którzy współpracowali w grupach.

Zróżnicowanie występowało także ze względu na możliwości poznawcze uczniów i ich przyswajanie wiadomości. Uczniowie zdolni mieli możliwość rozszerzania posiadanych już wiadomości, a nie zwiększania ilości tego samego, mieli możliwość rozwijania się i wykonywania zadań o wyższym stopniu trudności, planowania, podejmowania decyzji, wyzwolenie kreatywności, szansę na wyrażenie swojego zdania, kierowania grupą. Ci, którzy mają mniejszy zasób wiedzy i umiejętności, wolniej pracują, potrzebują więcej czasu, mieli szansę na wykonanie zadań o mniejszym stopniu trudności, do skorzystania z pomocy rówieśników, zwiększonego wsparcia ze strony nauczyciela, a tym samym osiągnięcia założonego celu. Zróżnicowanie uwzględniało również uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, którzy dzięki odpowiedniemu kierowaniu i wspieraniu przez nauczycieli podczas lekcji, dzięki różnorodnej aktywności na lekcjach, formie zabawowej i pracy w grupach, mieli większą szansę na osiągnięcie celów i odniesienie sukcesu.

Bardzo ważnym aspektem edukacyjnym był taki dobór treści nauczania, aby to, czego uczniowie nauczyli się podczas lekcji, w efekcie mogło być wykorzystane przez nich w praktyce. Wykorzystanie wiadomości i umiejętności zdobytych na lekcjach, dało uczniom szansę na zrozumienie celowości uczenia się tego, co zostało zaproponowane przez nauczyciela. Uczniowie nauczyli się orientować w przestrzeni, tworzyć gry planszowe, gry karciane Memory, grać w stworzone przez siebie gry, mierzyć linijką, obliczać obwód siatki do ogrodu, porządkować, segregować, wnioskować, dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić, logicznie myśleć, rozwiązywać problemy, odkodowywać, planować oraz tworzyć symetrię i rytm, współpracować i wspólnie się bawić.



3.3 Wskazówki dla nauczyciela do dalszej pracy na lekcjach matematyki w edukacji wczesnoszkolnej

W związku z obserwacjami poczynionymi podczas prowadzenia lekcji, nauczycielom udało się wysnuć następujące wnioski, będące wskazówkami do ich dalszej pracy na lekcjach matematyki w edukacji wczesnoszkolnej:

1. Na wstępie podawać uczniom cel, który należy osiągnąć na danej lekcji oraz NACOBZU.
2. Przygotować elementy wprowadzające do lekcji np. hasło wprowadzające.
3. Skrupulatnie zaplanować i przygotować przebieg lekcji, zadania do wykonania oraz pomoce dydaktyczne.
4. Zorganizować przestrzeń do lekcji w oparciu o zaplanowany sposób pracy np. w grupach.
5. Wspierać proces dydaktyczny nowoczesnymi materiałami dydaktycznymi np.: filmem edukacyjnym, prezentacją, piosenką, planszami, materiałami multimedialnymi.
6. Organizować proces dydaktyczny w taki sposób, żeby był on uporządkowany, systematyczny, ale też wymagający różnorodnych aktywności uczniów.
7. Umożliwiać uczniom samodzielne i kreatywne działanie, dać prawo do błędu, poszukiwania i wyrażania własnego zdania, pozwolić manipulować i doświadczać, wyciągać wnioski.
8. Pod koniec lekcji podsumować i umożliwić uczniom dokonać ewaluacji.
9. Być dla uczniów życzliwym mistrzem, który organizuje, kontroluje, ale również wspiera ich działania.
10. Stwarzać miłą i przyjazną atmosferę podczas lekcji.



PODSUMOWANIE

Tytuł niniejszej publikacji brzmiał „Matematyka nie jest trudna”. Jej celem było potwierdzenie, że w pracy z uczniami edukacji wczesnoszkolnej istotne jest wykorzystywanie różnorodnych form i metod pracy z uczniami oraz takie kierowanie edukacją matematyczną, aby wpływać na wielokierunkowy rozwój uczniów.

Problematyka przedstawiona w niniejszej publikacji nie wyczerpuje tematu dotyczącego edukacji matematycznej w klasach 1-3, ale jest próbą zwrócenia uwagi na potrzebę wprowadzania różnorodnych form i metod pracy z uczniami w nauczaniu matematyki.

W rozdziale pierwszym przedstawiono teoretyczne rozważania na temat matematyki jako dziedziny nauki, ucznia w aspekcie matematyki oraz edukacji matematycznej z wykorzystaniem gier, zabaw, pracy w grupach w nauczaniu matematyki w pracy z uczniami klas młodszych.

Na podstawie przedstawionych w rozdziale drugim przykładów wykorzystania gier i zabaw, ciekawych form i metod pracy z uczniami na lekcjach, można stwierdzić, iż opanowanie wiadomości i umiejętności matematycznych przez uczniów daje bardzo dobre efekty, co skutkuje pozytywnymi osiągnięciami uczniów.

Rozdział trzeci pozwolił wysnuć wniosek, że wszelkiego rodzaju działania nauczycieli, które opierały się na umożliwieniu uczniom manipulowania, tworzenia, kreatywności, wspólnym działaniu, łączeniu różnych aktywności, zabawie, dały oczekiwane efekty edukacyjne.

Opisane w niniejszej publikacji teoretyczne sposoby pracy z uczniami edukacji wczesnoszkolnej, poparte spostrzeżeniami z praktycznych działań podczas lekcji matematyki, potwierdziły potrzebę prowadzenia edukacji matematycznej w klasach 1-3 w formie zabawy.



BIBLIOGRAFIA Z UWZGLĘDNIENIEM NETOGRAFII

1. Bilewicz – Kuźnia B., *Rozwijanie umiejętności matematycznych dzieci w wieku przedszkolnym*, Wyd. UMCS, Lublin 2018.
2. Birch A., Malim T. (red.), *Psychologia rozwojowa w zarysie. Od niemowlęstwa do dorosłości*, PWN, Warszawa 2002.
3. Dąbrowski M., *Gry matematyczne (nie tylko) dla klas 1 -3*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2017.
4. Fechner – Sędzicka I., Ochmańska B., *Odrobina W., Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I – III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, ORE, Warszawa 2012.
5. Filipiak E., *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*, GWP, Sopot 2012.
6. Frances L. Ilg, Louise Bates Ames, Sidney M. Baker (red.), *Rozwój psychiczny dziecka od 0 do 10 lat*, GWP, Sopot 2000.
7. Gruszczyk – Kolczyńska E., *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, Wyd. Edukacja Polska Sp. z o. o., Warszawa 2009.
8. Harwas – Napierała B., Trempała J. (red.), *Psychologia rozwoju człowieka. Charakterystyka okresów życia człowieka*, Wyd. PWN, Warszawa 2007.
9. Okoń W., *Nowy słownik pedagogiczny*, Wyd. Akademickie „Żak”, Warszawa 2007.
10. Nowik J., *Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2009.
11. Pilch T. (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, Żak, Warszawa 2003.
12. Pilch T. (red.), *Encyklopedia pedagogiczna XXI wieku*, Żak, Warszawa 2008.
13. Pisarski M., *Matematyka dla naszych dzieci nietypowe gry i zabawy matematyczne*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2011.
14. Semadeni Z., Gruszczyk – Kolczyńska E., Trelński G., Bugajska – Jaszczolt B., Czajkowska M., *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, Wyd. Pedagogiczne ZNP Spółka z o. o., Kielce 2015.
15. Skura M., Lisicki M., *Gen liczby. Jak dzieci uczą się matematyki*, Wyd. Mamania, Warszawa 2018.
16. Świercz J., *Matma inaczej czyli pomysły na przełamanie lekcyjnej rutyny*, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2017.



17. Thomas C., **Matematyka jest super! 101 faktów, o których trzeba wiedzieć**, JEDNOŚĆ, Kielce 2018.
18. Wojciechowska K., **Gry i zabawy matematyczne dla uczniów klas 1-3 szkoły podstawowej**, Wyd. NOWIK Sp. j., Opole 2011.
19. <https://www.youtube.com/watch?v=KDycpaB-uGI>, [Dostęp: 01.12.2021].
20. <https://www.youtube.com/watch?v=Lv-1s65cgJM>, [Dostęp: 01.12.2021].
21. <https://wordwall.net/pl/resource/26375589/ewaluacja-zaj%C4%99%C4%87>, [Dostęp: 04.12.2021]
22. <https://www.youtube.com/watch?v=iD4csyqRPgw>, [Dostęp: 20.01.2022].
23. <http://szczepkowicz.ifd.uni.wroc.pl/narysuj-mi-fizyke/materialy-CKE-matematyka/MEN-Podstawa-programowa-matematyka.pdf>, [Dostęp: 06.02.2022].
24. **Matematyka wczoraj i dziś** <https://docplayer.pl/4378700-Historia-matematyki-ci-ktorym-tak-wiele-zawdzieczamy.html>, [Dostęp: 06.02.2022].
25. **Matematycy** <https://www.math.edu.pl/matematycy>, [Dostęp: 06.02.2022].
26. **Matematyka wczoraj i dziś** <https://docplayer.pl/4378700-Historia-matematyki-ci-ktorym-tak-wiele->, [Dostęp: 06.02.2022].
27. **Rozwój dziecka w młodszym wieku szkolnym: rozwój poznawczy** <https://madraochrona.pl/blog/rozwoj-dziecka-w-mlodszy-wieku-szkolnym-rozwoj-poznawczy/>, [Dostęp: 11.02.2022].
28. **Prawidłowości rozwojowe dziecka w wieku wczesnoszkolnym** <https://sportosporto.pl/Obrazy/Naucza/63.pdf>, [Dostęp: 11.02.2022].



WYKAZ ILUSTRACJI

Ilustracja 1. Przykład liczmanów	32
Ilustracja 2. Zestaw płatków śniegu dla każdego ucznia	34
Ilustracja 3. Bałwanek i 10 guzików	34
Ilustracja 4. Przykładowy zestaw obrazków	36
Ilustracja 5. Plansza do gry „Kółko i krzyżyk”	37
Ilustracja 6. Buźki ewaluacyjne	38
Ilustracja 7. Medal „Mistrz matematyki”	38
Ilustracja 8. Przykładowe działanie arytmetyczne i odpowiadająca mu litera	40
Ilustracja 9. Karty z zakresem działań	41
Ilustracja 10. Mapa myśli do tworzenia gier planszowych.	44
Ilustracja 11. Przykładowe działanie arytmetyczne i odpowiadająca mu litera	45
Ilustracja 12. Tabliczki z pojęciami matematycznymi.	46
Ilustracja 13. Etapy tworzenia gry karcianej Memory	47
Ilustracja 14. Przykładowe kafelki do gry Memory.....	47
Ilustracja 15. Mapa myśli do tworzenia gier karcianych Memory.....	48
Ilustracja 16. Karty z zakresem działań	48
Ilustracja 17. Plansza z tabliczką mnożenia w zakresie 100	49
Ilustracja 18. Emotki ewaluacyjne.	49
Ilustracja 19. Przykładowe litery i odpowiadające im znaki rzymskie	50
Ilustracja 20. Sylwety roślin i karta z ogrodem	51
Ilustracja 21. Kadr prezentacji - Obliczanie obwodu prostych figur geometrycznych.....	51
Ilustracja 22. Kadr z piosenki o prostych figurach geometrycznych.....	51
Ilustracja 23. Zakodowane figury geometryczne.....	52
Ilustracja 24. Kadr prezentacji - karty ewaluacyjne	52

WYKAZ PREZENTACJI

Prezentacja 1. Etapy tworzenia gry planszowej	43
---	----